

Resolución problema 5, Unidad 5

Enunciado: el potencial de una esfera conductora cargada positivamente y de radio $R = 5 \text{ cm}$ es 5000 V . No hay ningún otro cuerpo cargado en su proximidad.

- a) Represéntese en un esquema las superficies equipotenciales correspondientes a los potenciales de 4000 V ; 3000 V ; y 2000 V .
- b) Graficar $V = f(r)$ para $0 < r < 15 \text{ cm}$

Consideraciones: **1.** como hemos mencionado en varios momentos, si la distribución de carga es uniforme y tiene simetría esférica, **vista desde afuera** de la esfera sus efectos son equivalentes a los que se producirían si toda la carga estuviera concentrada en el centro de la esfera. **2.** Por otra parte, sabemos que si la esfera es conductora, la carga estática (sin corriente eléctrica) está distribuida solamente sobre la superficie externa, y no habrá cargas en el interior del volumen de la misma.

a)

Por la consideración “1”, podemos resolver pensando que el campo escalar de potencial, visto desde afuera de la esfera, equivale al que tendría la misma carga (que desconocemos por el momento), ubicada en el centro de la esfera. Entonces aplicamos la expresión para el potencial de una carga puntual:

$$V(r) = k_0 \cdot q / r$$

donde f es el potencial, k_0 la constante de Coulomb, q la carga distribuida en forma uniforme sobre la superficie de la esfera, y r la distancia medida desde el centro de la esfera.

Despejando la carga: $q = V(r) \cdot r / k_0$

Para la superficie de la esfera, $r = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$; $V(r = 5 \text{ cm}) = 5000 \text{ V}$, $k_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$

Se obtiene: $q = 2,8 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ que es el valor de la carga distribuida. Con el valor de la carga,

podemos ahora volver a utilizar la fórmula para el potencial eléctrico a diferentes distancias del centro de la esfera, para calcular las distancias a las que el potencial será de 4.000 V , 3.000 V , y 2.000 V .

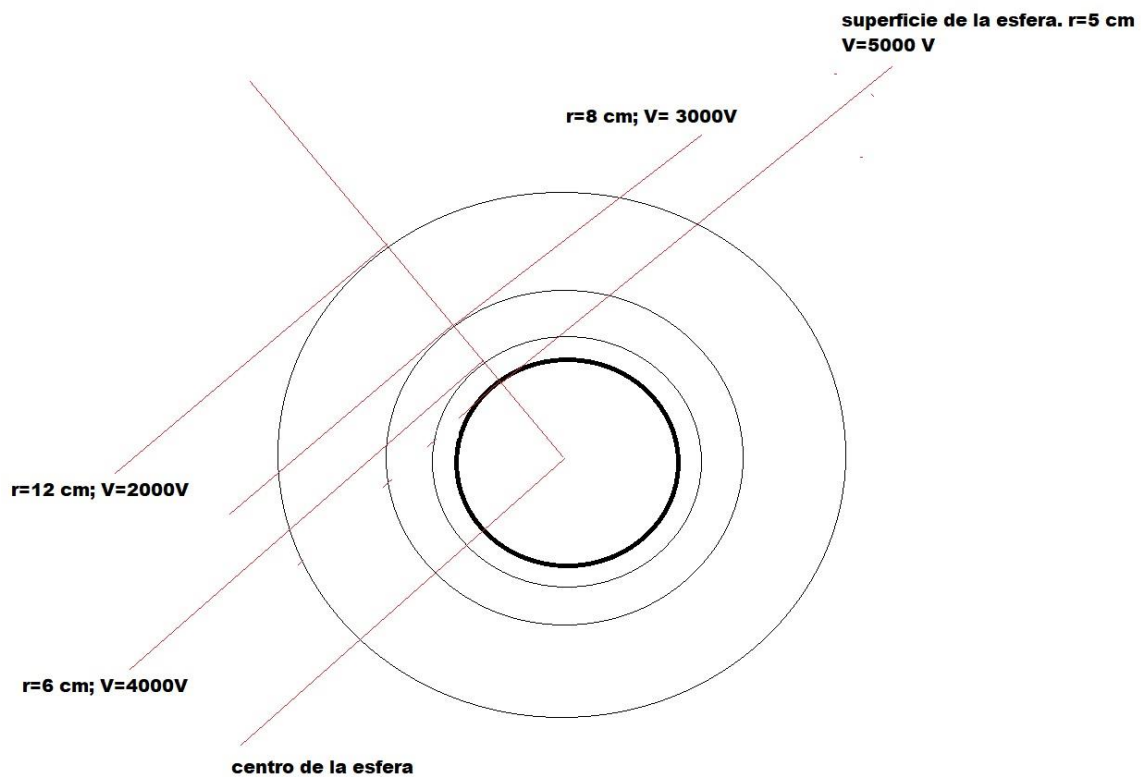
$V(r) = k_0 \cdot q / r$, o lo que es lo mismo: $r = k_0 \cdot q / V(r)$

Para $V = 4.000 \text{ V}$ se obtiene: $r = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2 \cdot 2,8 \cdot 10^{-8} \text{ C} / 4000 \text{ V} = 0,06 \text{ m} = \mathbf{6 \text{ cm}}$

Para $V = 3.000 \text{ V}$ se obtiene: $r = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2 \cdot 2,8 \cdot 10^{-8} \text{ C} / 3000 \text{ V} = 0,08 \text{ m} = \mathbf{8 \text{ cm}}$

Para $V = 2.000 \text{ V}$ se obtiene: $r = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2 \cdot 2,8 \cdot 10^{-8} \text{ C} / 2000 \text{ V} = 0,12 \text{ m} = \mathbf{12 \text{ cm}}$

Bajo las condiciones de que la distribución de carga tiene simetría esférica, las superficies equipotenciales son esferas, al igual que para una carga puntual. La superficie misma de la esfera, es la equipotencial que corresponde a $V = 5.000 \text{ V}$. La representación es la que sigue:



b) Se calcula el potencial para $r=15$ cm; se obtiene el valor de $F=1680$ V

Se grafican los puntos. Hacia distancias mayores a $r=15$ cm, podemos prolongar la hipérbola asintóticamente hacia cero.

Para valores de $0 < r < 5$ cm, sabemos que en el interior de la esfera no hay cargas. (Visto desde afuera de la esfera, el efecto es como si toda la carga estuviera en el centro, pero realmente, las cargas están en la superficie). Por lo tanto, si en el interior no hay cargas, el campo eléctrico también es nulo. El campo es un vector que se puede calcular como: el gradiente del potencial, con signo menos. Es decir, el campo es un vector cuyo módulo es igual al módulo del vector **gradiente(V)**, su dirección es la misma, y su sentido es opuesto. Por eso el campo apunta siempre en la dirección en la que decrece el potencial (saliente si la carga es positiva, entrante si la carga es negativa). Recordar que el gradiente de un campo escalar (V) es un vector que apunta en la dirección de máximo crecimiento de ese campo escalar. Por lo tanto si el campo es nulo en el interior, significa que el potencial es constante allí. Su valor es igual al potencial superficial de la esfera.

