EJERCICIOS DE DESIGUALDADES Y VALOR ABSOLUTO

1)

Despejamos x:

$$-2x<5$$

$$x>-\frac{5}{2}$$

 Conjunto solución: $S=\left(-\frac{5}{2},\infty \right)$

2)

Despejamos x: $-\frac{11}{2}\leq x<-1$

 $S=\left.\left[-\frac{11}{2}\right., -1\right)$

3)

Pasamos todos los términos al 1º miembro: $x^{2}-x-6<0$

Factoreamos: $\left(x+2\right)\left(x-3\right)<0$

 y hacemos la tabla:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  -2 3 |
| (x+2) | - | + | + |
| (x--3) | - | - | + |
| $$\left(x+2\right)\left(x-3\right)$$ | + | - | + |

$$S=\left(-2,3\right)$$

4) $\frac{1}{3x-7}\geq \frac{4}{3-2x}$

Escribimos todos los términos en el primer miembro:

$$\frac{1}{3x-7}-\frac{4}{3-2x}\geq 0$$

Sumamos las dos fracciones y factoreamos:

$$\frac{\left(x-\frac{3}{2}\right)+6\left(x-\frac{7}{3}\right)}{3\left(x-\frac{7}{3}\right)\left(x-\frac{3}{2}\right)}\geq 0$$

$$\frac{7\left(x-\frac{31}{14}\right)}{3\left(x-\frac{7}{3}\right)\left(x-\frac{3}{2}\right)}\geq 0$$

Construimos una tabla

|  |  |
| --- | --- |
|  |  3/2 31/14 7/3 |
| (x-31/14) | - | - | + | + |
| (x-7/3) | - | - | - | + |
| (x-3/2) | - | + | + | + |
| $$\frac{7\left(x-\frac{31}{14}\right)}{3\left(x-\frac{7}{3}\right)\left(x-\frac{3}{2}\right)}\geq 0$$ | - | + | - | + |

Entonces el conjunto solución es

5)

Pasamos todos los términos al 1º miembro, sumamos las fracciones, factoreamos y hacemos la tabla (en este caso solo falta hacer la tabla):

$S=\left(-\infty ,-2\right)∪\left[1,\left.\infty \right)\right.$.

6)

Pasamos todos los términos al 1º miembro, sumamos las fracciones, factoreamos y hacemos la tabla.

$$S=\left(2,\left.3\right]\right.$$

7)

Aplicamos la definición de valor absoluto:

$x-2=3$ ó $x-2=-3$

El conjunto solución es la unión de las dos soluciones.

$$S=\left\{-1,5\right\}$$

8)

Aplicamos la definición de valor absoluto:

$x-2=x-3$ ó $x-2=-x+3$

El conjunto solución es la unión de las dos soluciones (una de ellas es el conjunto vacío).

$$S=\left\{\frac{5}{2}\right\}$$

9)

Aplicamos una de las propiedades del valor absoluto:

$x-4<\frac{3}{2}$ y $x-4>-\frac{3}{2}$

Resolvemos cada desigualdad y hallamos un conjunto solución por cada una. El conjunto solución es la intersección de las dos soluciones:

$$S=\left(\frac{3}{2},\frac{11}{2}\right)$$

10)

Aplicamos una de las propiedades del valor absoluto:

$3x-5\geq 1$ ó $3x-5\leq -1$

El conjunto solución es la unión de las dos soluciones:

$$S=\left(-\infty ,\left.\frac{4}{3}\right]\right.∪\left[2,\left.\infty \right)\right.$$

11)

Aplicamos las siguientes propiedades:

Si $a\geq 0 y b\geq 0 $, se tiene que las siguientes desigualdades son equivalentes (si se cumple una, entonces se cumple la otra):

$a\leq b ⟺ a^{2}\leq b^{2}$ (1)

Por otra parte: $a^{2}=\left|a\right|^{2} y b^{2}=\left|b\right|^{2}$ (2)

Entonces si tenemos una expresión como la que sigue:

$$\left|a\right| \leq \left|b\right|$$

Como los valores absolutos son mayores o iguales a 0, se puede aplicar la propiedad (1), por lo que se cumple:

$$\left|a\right|^{2}\leq \left|b\right|^{2}$$

Teniendo en cuenta las igualdades (2), se puede escribir:

$$a^{2}\leq b^{2}$$

En definitiva, en el ejercicio planteado se puede eliminar el valor absoluto elevando al cuadrado:

$$\left|3x+1\right|<\left|x-3\right|$$

$$\left(3x+1\right)^{2}<4\left(x-6\right)^{2}$$

Resolviendo: $9x^{2}+6x+1<4x^{2}-48x+144$

Pasamos todo al 1º miembro, hallamos las raíces y factoreamos:

$$5\left(x-\frac{11}{5}\right)\left(x+13\right)<0$$

Hacemos la tabla de los signos y obtenemos: $S=\left(-13,\frac{11}{5}\right)$.