# EJERCICIOS DE VECTORES-OPERACIONES CON VECTORES

# Ejercicio 1:

Sean u=(1,-3,5); v=(0,-2,-1). Hallar el vector x tal que: -3u+2x=5v+3x

**Respuesta**:

2x-3x=3u+5v

-x=3u+5v

x=-3u-5v=-3(1,-3,5)-5(0,-2,-1)=(-3,19,-10)

**Ejercicio 2:**

Dado el triángulo de vértices A= (-2,-1,4); B= (-1,3,5) y C=(4,5,1), hallar el ángulo en el vértice A.

**Respuesta**:

u = B - A = (-1,3,5) - (-2,-1,4) = (1,4,1)

v = C - A = (4,5,1) - (-2,-1,4) = (6,6,-3)

******

**Ejercicio 3:**

Sean u=(1,-2,3), v=(7,5,4). Se pide hallar la proyección ortogonal de u sobre v y la proyección de u ortogonal a v.

**Respuesta:**

****** proyección ortogonal de u sobre v

****** proyección de u ortogonal a v

**Ejercicio 4:**

Sea u=(3,-4); hallar un vector unitario paralelo a u y de igual sentido que u; otro unitario y de sentido opuesto a u; y otro de módulo 3 paralelo a u.

****** vector unitario de u y de igual sentido que u

****** vector unitario de u y de sentido opuesto a u

****** vector de módulo 3 paralelo a u

**Ejercicio 5:**

Sean u=(1,2,-1); v=(-2,-4,2). ¿Es u//v?

**Respuesta:**

u//v si y solo si u = kv

(1,2,-1)=k(-2,-4,2)

1=-2k ==> k = -1/2

2=-4k ==> k = -1/2

-1=2k ==> k = -1/2

El sistema tiene solución, existe un número k (único) tal que u=kv, entonces los vectores son paralelos.

**Ejercicio 6:**

Sean u=(1,3,-1); v=(-3,1,0). ¿Son u y v perpendiculares?.

**Respuesta:**

u.v= -3+3+0=0 ==> u ⊥ v

**Ejercicio 7:**

Sean u=(2,-5,8); v=(1,-1,7); w=(3,-2,9). Hallar uxv y uvw (producto triple de u , v y w).

**Respuesta:**

uxv: ******

(uxv).w: ******

**Ejercicio 8 :**

Sean a=(1,3) ; b=(3,3) ; c=(2,1). Hallar m y n tales que :

ma+nb=c

**Respuesta :**

m(1,3)+n(3,3)=(2,1)

Esta ecuación vectorial equivale al sistema de ecuaciones lineales que sigue a continuación:



La solución de este sistema es (m,n)=(-1/2,5/6) . Única solución, esto es así porque la reducida por filas de la matriz de coeficientes es la matriz identidad.

**Ejercicio 9:**

Hallar los vectores u y v tales que:

u+v=(1,0) y u-v=(0,1)

**Respuesta:**

Las ecuaciones 1 y 2 equivalen al sistema:  este sistema tiene 4 ecuaciones y cuatro incógnitas u1, u2, v1, v2.

Resolviendo el sistema se obtiene: u=(1/2,1/2) y v=(1/2,-1/2).

**Ejercicio 10:**

Sean las fuerzas F1=(2,3,5) y F2=(-3,1,11) que actúan sobre un cierto cuerpo. ¿Están las fuerzas en equilibrio?¿Qué fuerza habría que aplicar para restablecer el equilibrio?.

**Respuesta:**

Para que las fuerzas estén en equilibrio su resultante debe ser nula.

F1+F2= (-1,4,16), las fuerzas no están en equilibrio.

La fuerza que restablece el equilibrio es la fuerza F tal que F+(-1,4,16)=(0,0,0);

Entonces F=-(-1,4,16)=(1,-4,-16)

**Ejercicio 11:**

Sean u=(2,0,1), v=(3,2,0), w=(1,0,3). ¿Es el vector r=(-3,-4,-1) combinación lineal de u, v y w?

**Respuesta:**

Sean x , y , z escalares.

Si (-3,-4,-1) es combinación lineal de u, v y w, según los escalares x, y z, entonces

xu + yv + zw = (-3,-4,-1)

Con esta ecuación vectorial se construye el siguiente sistema de ecuaciones lineales:



La solución es (x,y,z)=(2,-2,-1), lo que implica que el vector (-3,-4,-1) es combinación lineal de u, v y w. Si el sistema fuera incompatible, entonces el vector (-3,-4,-1) no sería combinación lineal de los vectores u, v y w.

**Ejercicio 13:**

¿Para qué valor de k, los siguientes vectores son colineales? u=(2,k,-10); v=(3,8,-15).

**Respuesta:**

Para que sean paralelos debe cumplirse: (2,k,-10)=t(3,8,-15) que esquivale al siguiente sistema de tres ecuaciones con la incógnita t. Para que sean paralelos el sistema debe tener solución.

2=3t ==> t=2/3

k=8t ==> t=k/8=2/3 ==> k=16/3

-10=-15t ==> t=2/3

El sistema anterior tiene solución si t es el mismo (2/3) en las tres ecuaciones. Entonces k debe ser igual a 16/3 para que los vectores sean paralelos.

**Ejercicio 14:**

Para los mismos vectores del ejercicio anterior, ¿qué valor de k hace que los vectores sean perpendiculares?

**Respuesta:**

Si u⊥v ==> u.v=0

u.v=2.3+8k+(-10)(-15)=0 ==> k=-39/2

Para que sean perpendiculares debe cumplirse k=-39/2.