|  |
| --- |
| **OPERACIONES CON VECTORES** |
|  | **SUMA** | **PRODUCTO POR ESCALAR** | **PRODUCTO PUNTO** | **PROD. VECTORIAL** | **PROD. TRIPLE** |
| **DEFINICIÓN** | Sean $u,v\in R^{2}oR^{3}$ .Si en un punto cualquiera $A$ se dibuja un representante, $\vec{AB}$, de $u$, y en el punto $B$ se dibuja un representante, $\vec{BC}$, de $v$; entonces el segmento dirigido $\vec{AC}$ representa al único vector $u+v$, llamado suma de $u$ y $v$. ABC$$u$$$$u+v$$$$v$$ | Sean $u\in R^{n}, u\ne 0, k\in R, k\ne 0.$$$ku\left\{\begin{matrix}∎\left‖ku\right‖=\left|k\right|\left‖u\right‖\\∎ku∥u\\\begin{matrix}∎Si k>0;u y ku tienen \\\begin{matrix}igual sentido.\\\begin{matrix} Si k<0;u y ku tienen\\sentidos opuestos\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right.$$Si $u=0 o k=0 ⟹ku=0$ | Sean $u,v\in R^{n}, θ=ang(u,v)$ $$u.v=\left\{\begin{matrix}\left‖u\right‖\left‖v\right‖\cos(θ, si)\\\begin{matrix}u\ne 0 yv\ne 0\\0 si u=0 o v=0\end{matrix}\end{matrix}\right.$$ | Sean $u,v\in R^{3}$.$$uxv=$$$\left(u\_{2}v\_{3}-u\_{3}v\_{2}, u\_{3}v\_{1}-u\_{1}v\_{3}, u\_{1}v\_{2}-u\_{2}v\_{1}\right)$ | Sean $u,v,w\in R^{3}$$\left(uxv\right).w$ es el producto triple de $u, v y w$ . |
| **CÁLLCULO** | En $R^{2}$:Sean $u=\left(u\_{1},u\_{2}\right);v=(v\_{1},v\_{2})$. $u+v=(u\_{1}+v\_{1},u\_{2}+v\_{2}$)En $R^{3}$:Sean $u=\left(u\_{1},u\_{2},u\_{3}\right);v=(v\_{1},v\_{2},v\_{3})$. $u+v=(u\_{1}+v\_{1},u\_{2}+v\_{2},u\_{3}+v\_{3}$).  | En $R^{2}$:Sean $u=\left(u\_{1},u\_{2}\right);k\in R$. $ku=(ku\_{1},ku\_{2}$)En $R^{3}$:Sean $u=\left(u\_{1},u\_{2},u\_{3}\right);k\in R$. $ku=(ku\_{1},ku\_{2},ku\_{3}$). | En $R^{2}$:Sean $u=\left(u\_{1},u\_{2}\right);v=(v\_{1},v\_{2})$. $$u.v=u\_{1}v\_{1}+u\_{2}v\_{2}$$En $R^{3}$:Sean $u=\left(u\_{1},u\_{2},u\_{3}\right);v=(v\_{1},v\_{2},v\_{3})$. $$u.v=u\_{1}v\_{1}+u\_{2}v\_{2}++u\_{3}v\_{3}$$Con deducción  | $$\left[\begin{matrix}u\_{1}&u\_{2}&u\_{3}\\v\_{1}&v\_{2}&v\_{3}\\.&.&.\end{matrix}\right]$$$$uxv=\left(C\_{31},C\_{32}, C\_{33}\right)$$ | $$D\left[\begin{matrix}u\_{1}&u\_{2}&u\_{3}\\v\_{1}&v\_{2}&v\_{3}\\w\_{1}&w\_{2}&w\_{3}\end{matrix}\right]=$$$$=\left(uxv\right).w$$ |
| **PROPIEDADES** | Sean $u,v,w\in R^{n}$1. $u+\left(v+w\right)=\left(u+v\right)+w$
2. $u+v=v+u$
3. $u+0=u (0:vector nulo $

$$ es el elemento neutro)$$1. $u+\left(-u\right)=0$
 | Sean $u,v\in R^{n}, k,k´\in R$ 1. $k\left(u+v\right)=ku+kv$
2. $\left(k+k´\right)u=ku+k´u$
3. $k\left(k´u\right)=k´\left(ku\right)=\left(k´k\right)u$
4. $1u=u$
 | Sean $u,v,w\in R^{n}, k\in R$ 1. $u.v=v.u$
2. $u.\left(v+w\right)=u.v++u.w$
3. $k\left(u.v\right)=\left(ku\right).v=u.(kv)$
4. $u.u\geq 0 y u.u=0⇔u=0$
 | Sean $u,v,w\in R^{3}, k\in R$1. $ux\left(vxw\right)=\left(uxv\right)xw$
2. $ux\left(v+w\right)=uxv++uxw$

$$\left(u+v\right)xw=uxw+$$$$+vxw$$1. $k\left(uxv\right)=\left(ku\right)xv=ux\left(kv\right)$
 | Sean $u,v,w\in R^{3}$1. $\left(uxv\right).w=u.\left(vxw\right)$

se puede escribir: $uvw$1. $uvw=vwu=wuv$;

$$uwv=vuw=wvu$$$$uvw=-uwv$$ |
| **APLICACIONES** | Sean $P,Q\in R^{n}$$C=\frac{1}{2}(P+Q)$ Punto medio entre $P y Q.$ | Sean $u,v\in R^{n}$$u∥v⇔u=kv$ para algún $k\in R$ | 1)**Módulo de un vector**: $\left‖u\right‖=\sqrt{u.u}$2) **Distancia entre dos puntos**: $d\left(P,Q\right)=$$$=\left‖P-Q\right‖==\sqrt{\left(P-Q\right).(P-Q)}$$3)**Ángulo entre vectores:**$cosθ=\frac{u.v}{\left‖u\right‖\left‖v\right‖}$ 1. **Ortogonalidad**:

 $u⊥v⇔u.v=0$5) **Vector unitario de un vector** $v$:$$u=\pm \frac{1}{\left‖v\right‖} v$$6)**Descomposición de un vector en dos direcciones perpendiculares**: $u\_{1}=\frac{u.v}{v.v}v; u\_{2}=u-u\_{1}$Con deducción | **Área de un paralelogramo (o de un triángulo)**:$$A\_{t}=\frac{1}{2}\left‖uxv\right‖$$ | **Volumen de un paralelepípedo (o de un tetraedro):**$$V=\left|uvw\right|$$$$V\_{t}=\frac{1}{6}\left|uvw\right|$$ |