**NÚMEROS REALES**

**Introducción**

Para contar: $N=\left\{1,2,3,…\right\}$ Conjunto de los números naturales.

Para resolver $x+a=b$ con $b\leq a$:

$Z=\left\{…,-3,-2,-1,0,1,2,3,…\right\}$ Conjunto de los números enteros.

Para resolver $ax=b$ con $a\ne 0$:

$Q=\left\{\frac{p}{q}/p,q\in Z∧q\ne 0\right\}$ Conjunto de los números racionales,

que también se puede expresar como: $Q=\left\{{x}/{x}es un número decimal ilimitado periódico\right\}$

Se puede demostrar que existen números que no se pueden expresar como cocientes de dos enteros, por ejemplo: π, e, $\sqrt{2}$ , etc. Estos números no pertenecen al conjunto de los números decimales ilimitados periódicos. Son los números decimales ilimitados no periódicos, que constituyen el conjunto de los números irracionales.

 $I=\left\{{x}/{x es un número decimal ilimitado no periódico}\right\}$Conjunto de los números irracionales.

La unión de estos dos últimos conjuntos es el conjunto de los números reales.

 $R=Q∪I$ Conjunto de los números reales.

**Números reales**

Operaciones- Propiedades

En $R$ se definen las operaciones suma y multiplicación de forma tal que se cumplen los siguientes axiomas algebraicos:

Sean $a,b,c \in R$.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| $$A\_{0}) a+b\in R$$ | $$ M\_{0}) ab\in R$$ | $$Ley de cierre$$ |
| $$A\_{1}) a+\left(b+c\right)=\left(a+b\right)+c$$ | $$M\_{1})a\left(bc\right)=\left(ab\right)c$$ | $$Asociatividad$$ |
| $$A\_{2}) a+b=b+a $$ | $$M\_{2}) ab=ba$$ | $$Conmutatividad$$ |
| $$A\_{3}) a+0=a$$ | $$M\_{3})a1=a$$ | $$Existe elemento neutro $$$$para la suma: 0, $$$$y para el producto: 1.$$ |
| $$A\_{4})a+\left(-a\right)=0$$ | $M\_{4})aa^{-1}=1 (a\ne 0)$  | $$Para todo elemento, excepto $$$$para a=0 en el producto,$$$$existe el inverso.$$ |
| $$D)a\left(b+c\right)=ab+ac$$ |  | $$Distributividad$$ |

Cuerpo:

Conjunto no vacío con dos operaciones definidas de tal manera que se cumplen los axiomas algebraicos.

Escalar:

Elemento de un cuerpo.

Relación de orden:

En $R$ se define una relación de orden (la relación menor que, <) de tal forma que se cumplen los siguientes axiomas de orden:

Sean $a,b,c\in R$

$O\_{1})$ Se cumple una y solo una de las siguientes alternativas: $a<b; a=b,b<a$.

$$O\_{2}) a<b ∧ b<c ⇒ a<c$$

$$O\_{3}) a<b⇒a+c<b+c$$

$$O\_{4})a<b ∧ 0<c ⇒ ac<bc$$

 $a<c ∧ c<0 ⇒ bc<ac$

Cuerpo ordenado:

Se dice que un cuerpo que cumple con los axiomas de orden es un cuerpo ordenado.

Otras relaciones de orden:

* Mayor que, >: $a>b si b<a.$
* Mayor o igual que ≥: $a\geq b si b<a o a=b$
* Menor o igual que ≤: $a\leq b si a<b o a=b$

**Valor absoluto y distancia**

Valor absoluto:

Sea $a\in R.$

El valor absoluto de $a$ se denota $\left|a\right|$ y es igual a $\left\{\begin{matrix}a si a\geq 0\\-a si a<0\end{matrix}\right.$

Propiedades:

Sean $a,b\in R$.

* $\left|a+b\right|\leq \left|a\right|+\left|b\right|$
* $\left|ab\right|=\left|a\right|\left|b\right|$
* $\left|x\right|\leq a⇔-a\leq x\leq a \left(a\geq 0\right)$
* $\left|x\right|\geq a⇔x\leq -a o x\geq a \left(a\geq 0\right)$

Distancia:

Sean $a,b\in R$. Distancia de $a$ a $b$, lo denotamos $d\left(a,b\right)$, es igual a $d\left(a,b\right)=\left|b-a\right|$.

Propiedades:

Sean $a,b,c\in R$.

* $d\left(a,b\right)\geq 0 y d\left(a,b\right)=0⇔a=b$
* $d\left(a,b\right)=d\left(b,a\right)$
* $d\left(a,b\right)\leq d\left(a,c\right)+d\left(c,b\right)$