****

FISICA III

GUIA de PROBLEMAS

AÑO 2019

Prof. Mariano A. Nicotra
Profesor adjunto de Fisica II y Mecánica Analítica, con funciones docentes en Fisica III
Departamento de Física
FCEFyN – UNC

Unidad I: ONDAS MECANICAS

Velocidad de fase de ondas mecánicas

1. Mediante una serie de golpes leves se perturba una cuerda metálica horizontal con un extremo fijo y con el otro extremo unido a una pesa de *25 kg*, mediante una polea y un tramo de cuerda vertical. Si la porción horizontal de la cuerda tiene una longitud total de *50 m* y su masa es de *0,5 kg.*, calcular:
a) ¿Qué tensión actúa sobre cada sección transversal de la cuerda?
b) ¿Con qué velocidad se propagará una onda transversal por la cuerda?
c) ¿A qué nuevo valor deberá modificarse la masa de la pesa (reemplazando la original por una nueva) si se desea que la velocidad de la onda se duplique?

2. Un alambre de acero de *50 m* de longitud y un alambre de cobre de la misma longitud, ambos de diámetro *2.5 mm*, se unen uno a continuación del otro y se estiran aplicando una tensión de *25 kgf* ¿Cuánto tarda una onda transversal en propagarse entre los dos extremos del conjunto?

3. Si ambos alambres del problema anterior se disponen uno paralelo al otro y se unen los extremos correspondientes entre sí, determinar:
a) ¿En cuál de los dos alambres tardará menor tiempo en propagarse una onda de extremo a extremo en el caso que ambos soporten una tensión de *50 kgf*?
b) ¿Qué valor tomará la diferencia de tiempo de propagación entre los dos alambres?

4. En una barra elástica homogénea de acero al cromo-molibdeno SAE 4130 de *2 m* de longitud se propagan ondas transversales y longitudinales.
a) Si las ondas longitudinales tardan *12,4 milisegundos* en llegar de un extremo de la barra al otro, calcular el módulo de Young del acero.
b) Si el módulo de corte es de *80 GPa*, ¿cuánto tardará en propagarse una onda transversal por la barra?

Valores de referencia de aceros SAE 4130

Modulo de elasticidad – 205 GPa
Modulo de corte ---------- 80 Gpa
Densidad ----------7,85 kg/cm^3

Ecuación diferencial de ondas en una dimensión

5. Tenga en cuenta la ecuación diferencial a derivadas parciales que se indica a continuación

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$$

a) ¿De qué ecuación diferencial se trata? ¿Se está ante la ecuación diferencial de *Laplace*, de *Poisson* o de *d'Alembert*? ¿Qué fenómenos físicos describe? ¿Para resolver qué clase de problema físico fué propuesta por primera vez?
b) Si $\Phi(x,t)$ es una *variable intermediaria,* que es combinación lineal de las variables independientes de posición y tiempo

$$\Phi = k.x \pm \omega.t \quad donde \;\; k, \omega \quad constantes \;\; reales$$

verificar que una función $y(x,t) = f(\Phi)$ *e*s solución de la ecuación diferencial vista (se supone que las derivadas primeras y segundas de la función existen y son no nulas).
d) Verificar que otra función $y(x,t) = P(x).Q(t)$ puede también ser solución de la ecuación diferencial (misma suposición sobre las derivadas). Discuta las condiciones que deben reunir las funciones $P(x)$ y $Q(t)$.
e) Finalmente, verificar que la función

$$y(x,t) = A \,.\, y_1(x,t) + B \,.\, y_2(x,t)$$

es también solución de la ecuación diferencial supuesto que y_1 e y_2 también lo sean (A , B son en general constantes complejas).

6) Suponga que $f(x)$ representa una perturbación en un medio elástico, cuyo perfil consiste en un pulso de forma tal que en el instante $t=0$ responde a la forma :

$$f(x) = 4(1 - x^2) \;\; para \; |\, x \,| < 1 \; metro \quad y \quad f(x) = 0 \; para \; todo \; otro \; valor \; de \; x$$

Se sabe además que dicho pulso se desplaza sin deformarse a razón de *2 m/s* en el sentido positivo del *eje x*.
a) Proponga una expresión que permita escribir al pulso en la forma $f(x , t)$.
b) Graficar la función para $t=0$, $t=5$ y $t=10$ (el tiempo se expresa en segundos)
c) Discuta si se está en presencia de un fenómeno ondulatorio. Justificar la respuesta.

Fase instantánea, longitud de onda y período. Diferencia de fase

7. Discutir la dimensionalidad de la variable intermediaria $\Phi(x,t)$ del *problema 5* y discernir cuál será su unidad de medida en el *S.I. de unidades*. Incluir en la discusión la dimensionalidad de las constantes k, ω y del cociente ω/k.

8. Una onda mecánica periódica, cuyo período es de *2 segundos,* se propaga en un medio elástico a razón de *250 m/s*. Calcular :
a) ¿Qué distancia debe existir entre dos puntos si a ambos les corresponde una fase instantánea tal que por ellos están pasando dos crestas (máximos) consecutivas de la onda?¿Qué relación guarda dicha longitus con el coeficiente k ?
b) ¿Qué distancia hay entre dos puntos que tienen una diferencia de fase instantánea de $\pi/3$ si no hay puntos intermedios con tal valor?
c) ¿Cuánto tiempo habrá transcurrido entre el pasaje de *dos* crestas consecutivas? ¿Que relación guarda ese intervalo con el factor ω ?

d) ¿Qué tiempo debe transcurrir para que la fase en uno de los punto alcanzados por la onda se incremente en $\pi/3$?

Ondas armónicas viajeras

9. Una onda armónica transversal se describe mediante la función :

$$y(x,t) = 0{,}015 \cdot sen\,(x - 100\,t)$$

a) Calcular : amplitud, frecuencia, período, longitud de onda, número de onda y velocidad de fase de la onda, si todas las longitudes están expresadas en *metros* y el tiempo en *segundos*.
b) Discutir los valores pedidos en (a) si la onda está descripta por una *función coseno* sin modificar los demás factores o parámetros.
c) Escribir la expresión de la fase instantánea de la onda para un punto de coordenada arbitraria *"x"* y en un instante cualquiera *"t"* usando como parámetros el periodo y el número de onda.

10. Una onda armónica transversal se propaga en el *sentido opuesto al eje horizontal "x"* con una amplitud de *0.5 cm*, *longitud de onda de 75 cm* y *frecuencia igual a 20 Hz*. El desplazamiento vertical del punto del medio que ha sido alcanzado por la onda, en $t=0$, $x=0$ es $y= -\,0.3\ cm$ y en ese instante su velocidad de oscilación es *positiva*. Calcular :
a) Longitud de onda, período y velocidad de fase de la onda.
b) Escribir una expresión para la función de onda $f(x,t)$.

11. Una onda armónica que se propaga en un medio elástico se describe como

$$y(x,t) = 0{,}1\ cm.\ sen\,(k \cdot x - \omega \cdot t)$$

donde $k= 3{,}1\ rad/cm$, $\omega = 9{,}3$ rad/s. Calcular:
a) ¿Qué distancia se mueve cualquiera de las crestas de la onda al cabo de *15 segundos*
b) ¿En qué sentido del eje *"x"* se propaga la onda?
c) ¿Cuál será la expresión de $y(x,t)$ si el sentido de propagación es el opuesto al planteado inicialmente?

12. Una onda transversal en una cuerda se describe por medio de la función :

$$y(x,t) = 0{,}12m \cdot sen\,\pi\,(x/8 +4\,t)$$

a) Calcular la velocidad y aceleración de un punto de la cuerda en $x = 1{,}6\ m$, $t = 0{,}20\ s$
b) ¿Cuáles son los valores de longitud de onda, período y la velocidad de propagación de esta onda?

Potencia transmitida por una onda mecánica

13. Una cuerda tensa tiene una masa de *0,18 Kg* y una longitud de *3,6 m* . ¿Qué potencia debe proporcionarse a la misma para generar ondas armónicas senoidales con una amplitud de *0,10 m* y una longitud de onda de *0,50 m* si la velocidad de fase de las mismas es de *30 m/s*?

14. Una manivela que oscila con una amplitud de *0.3 m* y una frecuencia de *10 Hz* , se encuentra unida al extremo de una cuerda de *0.08 kg/m*. Si la longitud de onda que genera es de *un metro* ¿cuánto tiempo ha de estar funcionando para transmitir una energía de 100 kJ?

****

Superposición de ondas – Ondas estacionarias

15. Para esta parte de la asignatura, es necesario recordar algunas identidades trigonométricas que permiten escribir el seno o el coseno de una *suma de argumentos* como suma de productos entre senos y/o cosenos de un sólo argumento.

Por ejemplo:

$$sen(\alpha+\beta)=sen\alpha.\cos\beta \ + \ \cos\alpha.sen\beta$$

y también:

$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha.\cos\beta \ - \ sen\alpha.sen\beta$$

Aplicar las anteriores para convertir las siguientes sumas en productos de funciones trignométricas :

$a)\quad sen(\alpha+\beta) \ + \ sen(\alpha-\beta) \ =$

$b)\quad sen(\alpha-\beta) \ + \ sen(\alpha-\beta) \ =$

$c)\quad \cos(\alpha+\beta) \ + \ \cos(\alpha-\beta) \ =$

$d)\quad \cos(\alpha-\beta) \ + \ \cos(\alpha-\beta) \ =$

16. Dos ondas armónicas se propagan a lo largo de la dirección *"x"* y coinciden en amplitud, longitud de onda y frecuencia, pero tienen *sentidos opuestos* de propagación.
Se pide:
a) Escribir una expresión directa (sin transformaciones) de la forma de onda resultante.
b) Mostrar (usando las expresiones del problema anterior) que la forma de onda está descripta también por

$$y(x.t)=1{,}5.sen(k.x).\cos(\omega.t)$$

c) Encontrar las posiciones para las cuales la onda resultante es permanentemente nula. Y aquéllas donde la perturbación instantánea es máxima.

17. Una onda estacionaria se forma mediante la interferencia de dos ondas viajeras *cosenoidales*, tal que cada una de ellas tiene una $A = 3.10^{-3}\ m$, número de onda $\pi\ cm^{-1}$, $\omega = 4\ .\ \pi\ rad/s$ y *fase inicial nula.* Para dicho sistema de ondas:

a) Determinar la distancia entre los dos vientres consecutivos.
b) Calcular a amplitud de la onda estacionaria resultante para un punto del medio de posición $x = 4\ cm$.
c) Discutir si tal amplitud varía con el tiempo para dicho punto. Justificar por qué sí o o por qué no.
d) Escribir una expresión más compacta para la onda resultante.

18. Dos ondas armónicas transversales se describen por la siguientes expresiones :

$$y_1 = 3\,.\,sen[\pi(x+0.5t)] \quad ; \quad y_2 = 3\,.\,sen[\pi(x-0,5t)]$$

donde y_1, y_2, x están dados en *centímetros* y t en *segundos*.

Para ellas, determinar:
a) Desplazamiento máximo del movimiento del punto localizado en *x= 0,1 cm, 0,2 cm y 0,3 cm* para los instantes *t = 4 s, 8 s y 12 s.*
b) Los tres valores más pequeños y positivos de x correspondientes a los nodos de la onda resultante.

19. Dos ondas armónicas que se propagan en sentidos opuestos del eje z interfieren para producir una onda estacionaria descripta por : *y(z,t)= 16 . cos (0,35 z) . cos (70 t)* , donde x está en cm y t en segundos.
a) Determinar la *amplitud*, *longitud de onda*, *frecuencia* y *velocidad de fase* de cada una de las ondas componentes que producen la interferencia.
b) Escribir la forma de onda anterior como el producto de *dos funciones senoidales*.

20. Dos ondas armónicas idénticas con *λ = 12 m* viajan en la misma dirección y el mismo sentido con velocidad de *3 m/s*. La segunda onda se origina en la misma fuente que la primera, pero empieza a ser emitida en un tiempo posterior *Δt*.
a) Determinar el *mínimo valor* intervalo de tiempo posible entre los momentos de inicio de las dos ondas si la amplitud de la onda resultante es la misma que la de cada una de las dos ondas iniciales.
b) Discutir por qué en el punto anterior se ha utilizado la condición de *mínimo valor de Δt*.

Sugerencia: expresar la suma de dos funciones senoidales de distinto argumento de acuerdo a la siguiente:

$$sen\,\alpha \;+\; sen\,\beta \;=\; 2.sen\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right).\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

que es una variante de la expresión del problema 15(a).

21. Dos ondas en una cuerda se describen mediante las siguientes formas de onda:

$$y_1 = 5.\,sen[2\pi(2x-3t)]$$

$$y_2 = 5\,.\,sen[2\pi(2x-3t-0,25)]$$

donde y_1, y_2, x están en *metros* y t en *segundos*.

a) Calcular amplitud y frecuencia de la onda resultante.
b) Escribir la expresión de la forma de onda resultante en la forma más compacta posible.

Ondas estacionarias en cuerdas vibrantes y en tubos con aire

22. Una fracción de *0.5 metros* de longitud de la cuerda del *problema 1* se une a una pared por uno de sus extremos y a un dispositivo tensor por el otro extremo. Calcular a qué tensión se debe someter esa cuerda para que la frecuencia fundamental de sus vibraciones sea de:
a) *50 Hz* ; b) *500 Hz.*

23. La cuerda del problema anterior se ha fijado en ambos extremos y se observa que vibra en un modo compuesto por cuatro segmentos cuando se la excita a *400 Hz*. Determinar la longitud de onda y la frecuencia que corresponderá al modo fundamental de vibración.

24. Si un tubo de órgano suficientemente delgado resuena a *750 Hz* (modo fundamental)
a) Determinar cuál es la longitud del tubo si está abierto en ambos extremos.
b) Idem para el caso en que el tubo este cerrado en un extremo.
c) Repetir los cálculos previos si la frecuencia indicada corresponde al tercer armónico en cada caso.

25. El túnel subfluvial Santa Fé-Paraná tiene una de *2397 metros*. Analizar a qué frecuencias puede presentar resonancia este túnel? ¿Se trata de frecuencias audibles? Considere solamente los tres primeros armónicos.

26. El *tubo de Kundt* utilizado en un experimento de laboratorio está cerrado en ambos extremos y está vibrando en su quinto armónico con una *f = 1147,8 Hz*. Si la longitud de la tubería es *0,75 m*, determinar:
a) La cantidad de vientres y nodos en el interior del tubo.
b) La separación entre nodos consecutivos.
c) La velocidad del sonido del aire en el interior del tubo que se puede calcular con el dato de una medición única.

27. En el caso del problema anterior:
a) Determinar la incerteza relativa y absoluta en el valor medido de velocidad si la frecuencia se ha determinado con un instrumento que tiene una apreciación del *0,1 Hz* mientras que la separación entre nodos está afectada de una incerteza absoluta de *1 centímetro*.
b) Expresar el valor final de la velocidad con su incerteza correspondiente respetando las normas de buena praxis en la formulación de mediciones y errores.

28. Los órganos son instrumentos de viento integrado por tubos de diferente longitud en los cuales se insufla aire a presión con ayuda de teclados o pedaleras. Si se sabe que, en general, el tubo más largo en un órgano es de *4,88 m (16 pies)*, determinar:
a) ¿Cuál es la frecuencia fundamental a *0° C* si el extremo que no se acciona del tubo se encuentra cerrado en un primer caso y abierto en un segundo caso.
b) ¿Cuáles serán los valores de tales frecuencias a si la temperatura del aire sube a *20ºC*?¿Tienen que ser diferentes de los calculados a *0°C* ? ¿Por qué razón?

****