

FÍSICA CUÁNTICA I

Comportamiento corpuscular de las ondas

FISICA III

2020

FISICA CUÁNTICA

La física cuántica es la parte de la física que estudia fenómenos que involucran partículas subatómicas. En este marco se postulan las leyes que gobiernan el comportamiento de estas partículas a partir de los experimentos básicos que originaron esta rama de la ciencia física. Finalmente, para el desarrollo de la física cuántica fue necesario un cambio de paradigmas con respecto a los paradigmas existentes en la física clásica y a fin de poder avanzar en la postulación de sus leyes y a la construcción de sus modelos.

I. Experimentos básicos

Es un conjunto de experimentos que, históricamente, fueron construyendo las bases de la física cuántica. Estos experimentos plantearon, en su momento, controversia con resultados esperados por la física clásica y como consecuencia de las mismas contradicciones se avanzó en la construcción de la *nueva física* postulando, así, un nuevo modelo físico compatible con el resultado del experimento en cuestión. En este texto se hará referencia a los experimentos: efecto fotoeléctrico; rayos X ; efecto Compton y experimento de Davisson Germer.

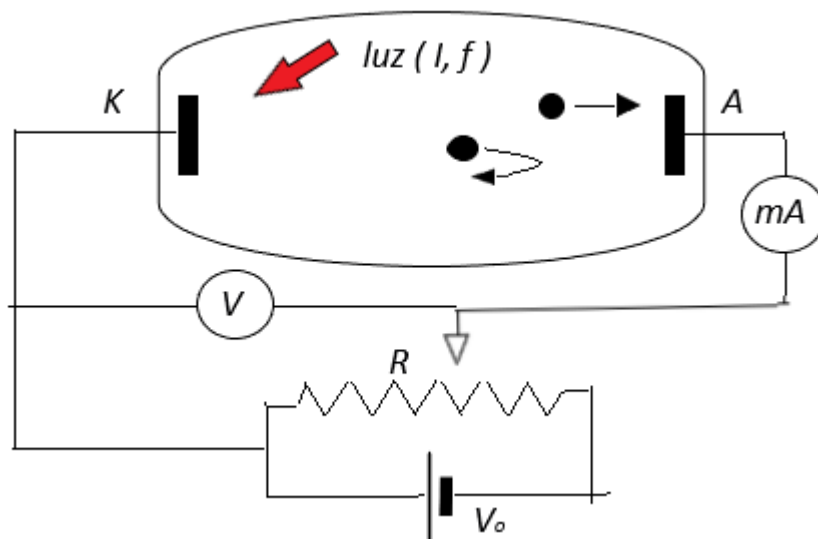
I a. Efecto fotoeléctrico

El experimento es un experimento que permite comprobar la naturaleza corpuscular de la luz. En realidad, muestra que la luz no sólo se comporta como una onda electromagnética sino, también, como un flujo de *partículas o cuantos de energía* para los cuales, la energía que transportan, es proporcional a la frecuencia de la luz. Este hecho físico no encuentra explicación en el campo de la física clásica.

descripción

El equipo está constituido por dos electrodos, ánodo y cátodo insertos en una ampolla al vacío. Sobre uno de los electrodos se

enfoca, por medio de un sistema óptico, luz monocromática. El dispositivo se completa mediante un circuito eléctrico externo constituido por una fuente de continua y un reóstato (resistencia variable con un cursor). Finalmente, el circuito externo se completa con un miliamperímetro y un voltímetro; el primero permite medir la corriente que circula en el circuito ánodo-cátodo y, el segundo, la diferencia de potencial entre ambos (*Figura 1*).



*Figura 1: Dispositivo experimental para la medición del efecto fotoeléctrico: **K**: cátodo emisor de electrones por efecto de la luz incidente; **A**: ánodo sobre el cual inciden los electrones que, por su energía cinética suficientemente alta, pueden alcanzar este electrodo; V_0 y R circuito eléctrico que establece una tensión variable para frenar los electrones rápidos y, el voltímetro, V , en conjunto con el miliamperímetro, mA , permiten medir la tensión entre electrodos y la corriente.*

desarrollo del experimento

Al enfocar la luz sobre el cátodo y para una diferencia de potencial relativamente baja se registra una corriente en el miliamperímetro, mA . La diferencia de potencial es tal que el ánodo es negativo respecto del cátodo y, al aumentar la misma se observa que, a partir de un cierto valor la corriente empieza a disminuir hasta anularse para una diferencia de potencial V_0 (*Figura 1*).

Se hicieron mediciones de corriente y tensión para distintas variantes de los parámetros físicos intervinientes: Intensidad y frecuencia de la luz incidente.

Aumentando la intensidad de la luz incidente, pero manteniendo su frecuencia, se comprueba que la intensidad de fotoelectrones también aumenta. Este resultado es compatible, parcialmente, con la física clásica ya que, como se sabe, la luz está compuesta por un campo eléctrico y magnético perpendiculares entre sí y en fase; por lo tanto y, siendo la intensidad proporcional al módulo cuadrado de los campos. Por otra parte, la energía por unidad de volumen transportada por la onda es:

$$w = \frac{1}{8\pi} (|E|^2 + |B|^2)$$

De donde se verifica que, al aumentar la amplitud de los campos componentes, se dispone de una mayor energía para transferir a los electrones y en consecuencia la corriente de fotoelectrones aumenta. Aparentemente, toda energía en exceso se usa para liberar más electrones y no para energizar los electrones es decir que adquieran mayor energía cinética de allí que el potencial V_0 es el mismo (*Figura 2 a*).

Una segunda experiencia consiste en mantener la intensidad de la luz incidente y variar la frecuencia de la misma (*Figura 1 b*). Este resultado no puede ser explicado por la física clásica debido a que la energía que se dispone para energizar a los fotoelectrones, según la física clásica, es por la intensidad de la luz incidente. Este resultado experimental establece que a la energía de los fotoelectrones *aporta*, también, la frecuencia de la luz.

Existe un cálculo interesante para definir este punto y es calcular cuánto tiempo es necesario para que, usando la energía electromagnética, se pueda desprender un electrón. Este cálculo arroja un tiempo necesario del orden de 3(tres)

años lo cual es irrisorio respecto de los resultados del experimento: ¡la generación de fotoelectrones es instantánea! Se impone, en este punto, realizar un tercer experimento y que es medir la energía de los fotoelectrones como función de la energía. Antes de esto es necesario hacer algunas precisiones:

a) La energía total de la partícula es la suma de la energía cinética y potencial. La energía potencial es:

$$W_p(x) = -eV(x)$$

Donde $V(x)$ es la diferencia de potencial ánodo-cátodo. El sentido positivo de x es de cátodo a ánodo. La referencia de potencial está en el cátodo y el valor negativo máximo está en el ánodo. La energía total en una posición x del electrón resulta;

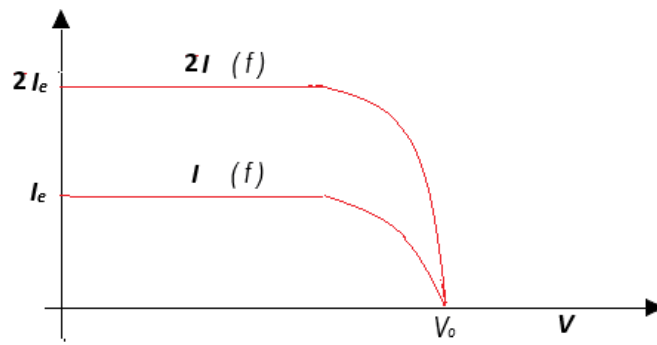
$$W_T = T(x) + W_p(x)$$

Esta energía se conserva. Por lo tanto, en el cátodo, donde $V=0$, entonces $W_p=0$. En consecuencia, la energía total es la energía cinética. En cambio, para la posición del ánodo sólo se tiene energía potencial, es decir que toda la energía cinética que adquirió el electrón por la luz incidente se transformó en energía potencial:

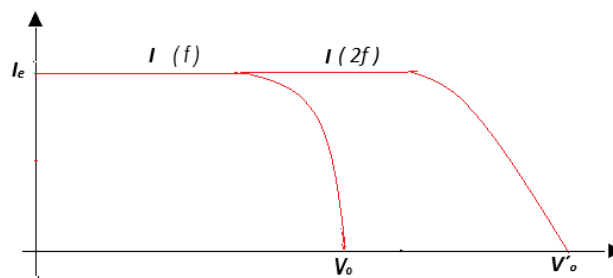
$$T = eV_{AK}$$

La tensión ánodo-cátodo se mide por el el voltímetro V incorporado en el reóstato de la *Figura 1*.

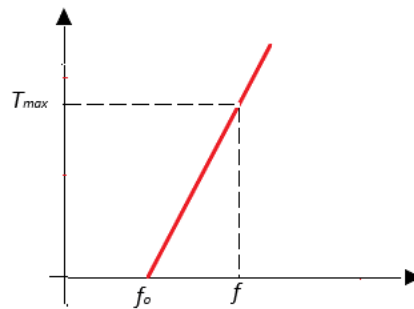
b) La energía cinética de los electrones no es la misma porque la luz libera electrones con distinta energía potencial dentro del cristal (energía negativa) entonces va a tenerse electrones con una energía máxima que son los últimos en detenerse cuando se va aumentando la negatividad del ánodo. Estos electrones son los que definen la T_{max} del experimento (*Figura 2c*).



(a)



(b)



(c)

Figura 2: Resultados experimentales del efecto fotoeléctrico: a) corriente de fotoelectrones para distintas intensidades de la luz incidente manteniendo la frecuencia, f ; b) corriente de fotoelectrones con la misma intensidad de luz y distinta frecuencia; c) energía cinética de los fotoelectrones como función de la frecuencia.

Interpretación cuántica del efecto fotoeléctrico

A partir de la gráfica de la Figura 2 c se observa que, la ecuación definida por los puntos experimentales es:

$$T_{max} = h(f - f_0)$$

Siendo h la pendiente.

h : constante de Planck: 6.62×10^{-34} Joule.seg

De la ecuación anterior se desprende una *ecuación de balance de energía*:

$$hf = T_{max} + hf_0$$

cuya interpretación es la siguiente:

I.- La luz de frecuencia f transporta cuantos de energía o fotones de valor hf . Al impactar un fotón con un electrón aquel le cede su energía a este último y desaparece. Por esta razón los fotones o partículas de la luz no satisfacen la ley de *conservación del número de partículas (estadística de Bose-Einstein)*.

II.- La energía transferida al electrón por parte del fotón se utiliza, una parte para que el electrón abandone el cristal y con el remanente el electrón adquiere una energía cinética, T .

III.- Los electrones *liberados* del cristal *no tienen la misma energía cinética* porque esta depende de la energía necesaria para liberarlo ya que los electrones tienen distinta energía de extracción.

IV.- Los electrones que tienen energía cinética máxima son los que determinan el potencial V_0 ya que son los últimos en frenarse y, por lo tanto, determinan que la corriente se anule.

I. b Rayos X (R x)

El experimento de Rayos X se lo considera como el inverso del efecto fotoeléctrico. En efecto, si bien existen diferencias conceptuales entre ambos, que luego se detallan es posible considerar uno como inverso del otro por cuanto en el efecto fotoeléctrico existe la producción de un electrón libre por la acción de un fotón. En el caso de los Rayos X se generan fotones a partir del frenado, por un cristal, de electrones muy rápidos.

descripción

Los electrones emitidos por el cátodo y por efecto térmico mediante el filamento, F, forman una nube entorno de aquel y, al aplicarse una tensión muy alta, del orden de varias decenas de KV, son acelerados y adquieren velocidades muy grandes ($v \gg$). Estos electrones impactan sobre un ánodo y, en sucesivos choques con los átomos de los planos cristalinos van perdiendo su energía y generan ondas electromagnéticas de longitud muy pequeña (rayos X) (Figura 3).

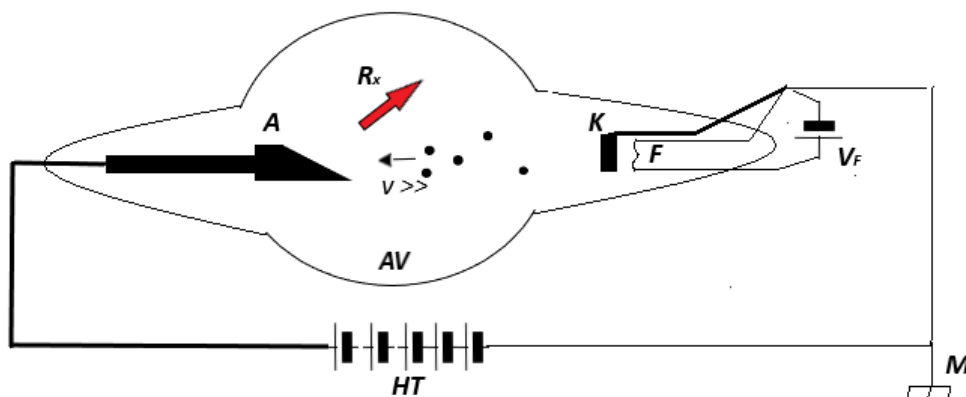


Figura 3: Dispositivo experimental para la generación de Rx: AV: ampolla de vacío donde se desarrolla la generación de Rx; A: ánodo para el impacto de los electrones de muy alta velocidad; K: cátodo que libera electrones por emisión termoiónica; HT: Fuente de alta tensión para acelerar los electrones; F: filamento de tungsteno para la calefacción del cátodo y V_F: fuente de tensión para el filamento.

desarrollo del experimento

Una vez liberados los electrones del cátodo por efecto termoiónico, estas partículas son aceleradas alcanzando velocidades muy altas antes de impactar con el ánodo. Una vez que alcanzan este electrodo penetran en el mismo y, por sucesivos choques, van perdiendo su energía cinética generando con ello Rx que son irradiados fuera de la ampolla de vacío (AV). En la Figura 4 a se muestra un esquema de los sucesivos impactos del electrón sobre los electrones de los distintos planos cristalinicos y, como consecuencia de esto, la generación de Rx. Un caso especial es cuando efectúa un choque frontal y, en ese sólo *impacto el electrón cede toda su energía* (Figura 4 b).

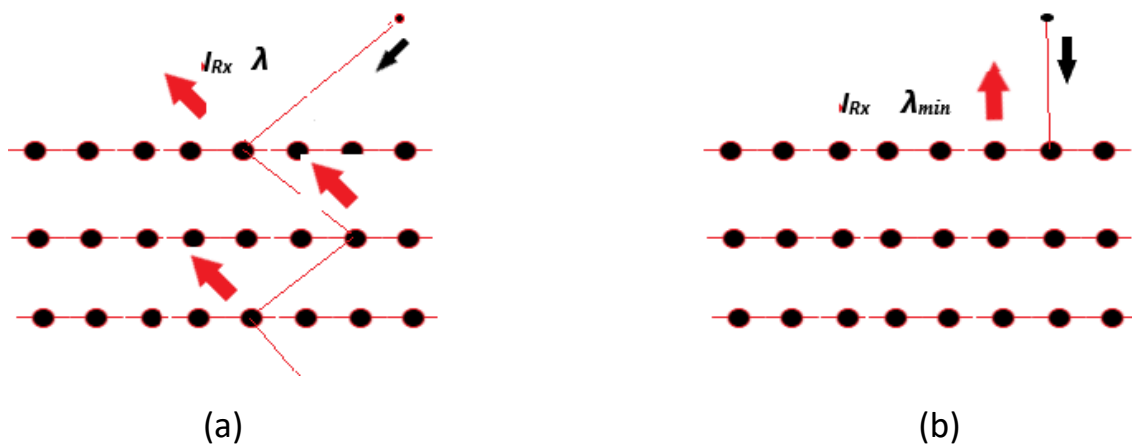


Figura 4: Impacto de la corriente de electrones sobre el cristal del ánodo: a) sucesivos choques generan Rx como consecuencia de las pérdidas de energía; b) Los Rx de longitud de onda mínima se generan en un impacto donde el electrón pierde toda su energía.

Si se considera el caso de *cesión total* de la energía, la energía cinética del electrón, que alcanza, por la diferencia de potencial elevada V_a , al llegar al ánodo toda la energía potencial se ha transformado en cinética:

$$T = eV_a$$

Luego del impacto, toda esta energía se transforma en energía del fotón de Rx:

$$hf = eV_a$$

o bien:

$$h \frac{c}{\lambda_{min}} = eV_a$$

Finalmente:

$$\lambda_{min} = \frac{hc}{eV_a}$$

Reemplazando los valores:

$$h = 6.62 \cdot 10^{-34} \text{ Joule. seg}$$

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ coul}$$

$$c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$$

Resulta:

$$\lambda_{min} = \frac{1.24 \times 10^{-6} V.m}{V_a}$$

Por ejemplo, si $V_a = 30000 \text{ Volt}$ se tiene un $\lambda_{min} = 0.41 \times 10^{-10} m$.

En la *Figura 5* se muestra dos curvas cualitativas de Rx emitidos para dos tensiones $V_a = 10 \text{ Kv}$ y 30 Kv . Se observa que el λ_{min} de la primera es mayor que la segunda de acuerdo a la fórmula anterior.

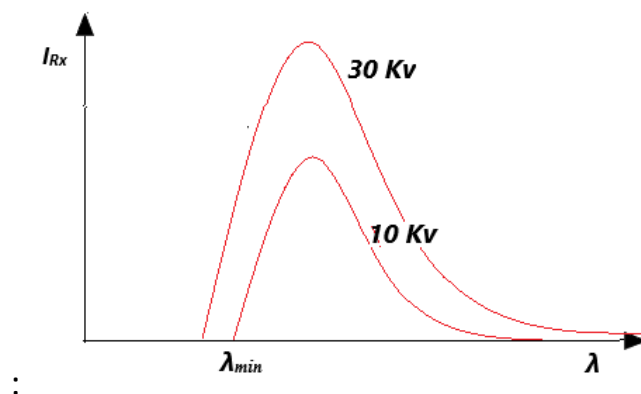


Figura 5: Dos curvas cualitativas de la radiación por Rx para dos tensiones aceleradoras de los electrones. Se observa que el λ_{min} es menor cuando se aumenta la tensión.

I .c Efecto Compton

El efecto Compton es otro de los experimentos básicos de la física cuántica donde se muestra el comportamiento de las ondas como partículas. En efecto, para explicar los resultados de este experimento es necesario suponer que la onda se comporta como un flujo de cuantos de energía de valor hf al igual que en el efecto fotoeléctrico con la diferencia de que, en éste existe una cesión completa del cuanto de energía al electrón; mientras que, en el efecto Compton, la cesión es parcial existiendo un fotón dispersado como producto remanente (*Figura 6*).

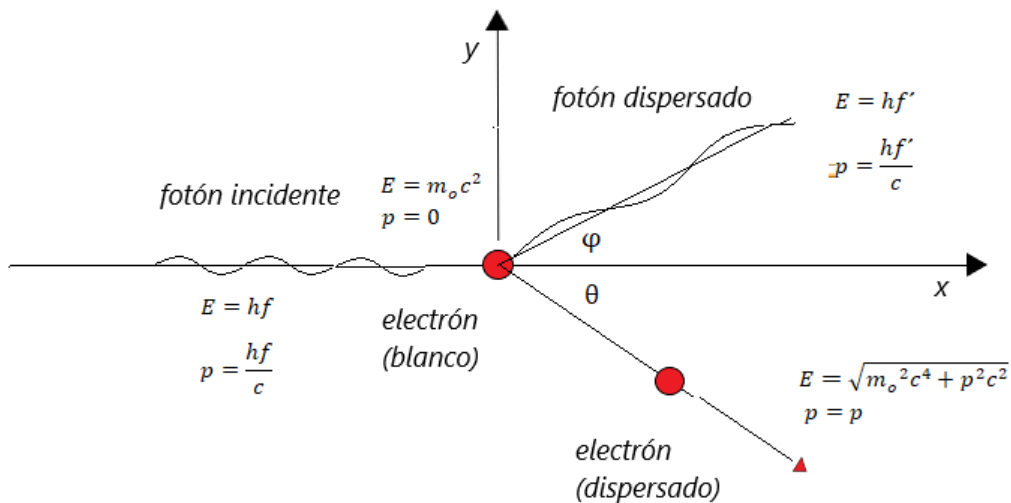


Figura 6: Efecto Compton: dispersión de un fotón al impactar con un electrón en reposo

El análisis del efecto Compton se realiza a partir de las leyes de conservación de la energía y del momento lineal, este último en las direcciones ortogonales (x, y).

a) **Balance de energía:** la energía del fotón incidente es:

$$E = hf$$

Y la del dispersado:

$$E = hf'$$

Por otra parte, la ganancia de energía cinética del electrón, después de la colisión:

$$T = h(f - f')$$

b) Conservación del momento lineal:

Para determinar el momento lineal de un fotón se recurre a las fórmulas de la Teoría de la Relatividad Especial (TRE). Entre ellas se encuentra la referida a la energía total de una partícula con masa en reposo, m_0 . Esta la masa que se mide en un sistema de referencia solidario al cuerpo:

$$E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2}$$

Donde, c es la velocidad de la luz, $c=3 \times 10^8 \text{ m/s}$ y p es el *momento lineal* de la partícula.

Para un fotón, $m_0=0$ a causa de que al ser su velocidad la de la luz y por esto, de ser una partícula con m_0 distinto de cero no podría alcanzar la velocidad de la luz. Por lo tanto, el momento del fotón resulta:

$$p_f = \frac{E}{c}$$

Y, por el efecto fotoeléctrico:

$$p_f = \frac{hf}{c}$$

Conservación del momento en la dirección x:

$$\frac{hf}{c} + 0 = \frac{hf'}{c} \cos\varphi + p \cdot \cos\theta$$

Conservación del momento en la dirección y:

$$\frac{hf'}{c} \sin\varphi + p \cdot \sin\theta = 0$$

Multiplicando cada ecuación por c y, despejando los términos que dependen de θ ; las dos ecuaciones de conservación de momento quedan:

$$pc \cdot \cos\theta = hf - hf' \cos\varphi$$

$$pc \cdot \sin\theta = hf' \sin\varphi$$

Elevando al cuadrado ambas ecuaciones y sumando miembro a miembro:

$$p^2 c^2 = (hf)^2 - 2(hf)(hf') \cos\varphi + (hf')^2$$

Recurriendo a los resultados de la TER, la energía total de una partícula es la suma de su energía cinética y la energía debida a su masa en reposo:

$$E = T + m_0c^2$$

Y, por otra parte,

$$E = \sqrt{m_0^2c^4 + p^2c^2}$$

También obtenida de la TRE. Por lo tanto, igualando se obtiene:

$$(T + m_0c^2)^2 = m_0^2c^4 + p^2c^2$$

Desarrollando el cuadrado y simplificando:

$$p^2c^2 = T^2 + 2m_0c^2T$$

Y reemplazando por:

$$T = hf - hf'$$

Se obtiene:

$$p^2c^2 = (hf)^2 - 2(hf)(hf') + (hf')^2 + 2m_0c^2(hf - hf')$$

Reemplazando el valor de:

$$p^2c^2$$

Resulta:

$$\begin{aligned} (hf)^2 - 2(hf)(hf')\cos\varphi + (hf')^2 \\ = (hf)^2 - 2(hf)(hf') + (hf')^2 + 2m_0c^2(hf - hf') \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cancel{(hf)^2} - 2\cancel{(hf)(hf')}\cos\varphi + \cancel{(hf')^2} \\ = \cancel{(hf)^2} - 2\cancel{(hf)(hf')} + \cancel{(hf')^2} + 2m_0c^2(hf - hf') \end{aligned}$$

$$2m_0c^2(hf - hf') = 2(hf)(hf')(1 - \cos\varphi)$$

La fórmula final está expresada en función de la longitud de onda. Para ello la fórmula anterior se divide por $2h^2c^2$:

$$\frac{m_0c}{h} \left(\frac{f}{c} - \frac{f'}{c} \right) = \frac{f f'}{c c} (1 - \cos\varphi)$$

O bien:

$$\frac{m_0c}{h} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) = \frac{(1 - \cos\varphi)}{\lambda\lambda'}$$

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\varphi)$$

Conocida como la *fórmula de Compton*. Expresa la longitud de onda del fotón dispersado en función del ángulo φ de dispersión. La constante h/m_0c se conoce como la longitud de onda de Compton la cual depende de la partícula que es dispersada. Para el caso del electrón resulta:

$$\frac{h}{m_0 c} = \frac{6.62 \cdot 10^{-34} \text{J} \cdot \text{seg}}{9.1 \cdot 10^{-31} \text{kg} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0.024 \text{ Angström}$$

O bien:

$$\frac{h}{m_0 c} = 2.4 \cdot 10^{-12} \text{m}$$

El cambio máximo que se puede esperar es para $\varphi=180^\circ$ en cuyo caso la variación de longitud de onda es $2h/m_0c$. Como la longitud de onda de Compton depende de la masa en reposo de la partícula este efecto es detectable en electrones, por su pequeña masa en reposo. Además, el pequeño valor de la longitud de onda de Compton determina que es observable sólo con Rayos X, es decir, cuando el fotón incidente está en el rango de longitudes de onda de los RX.