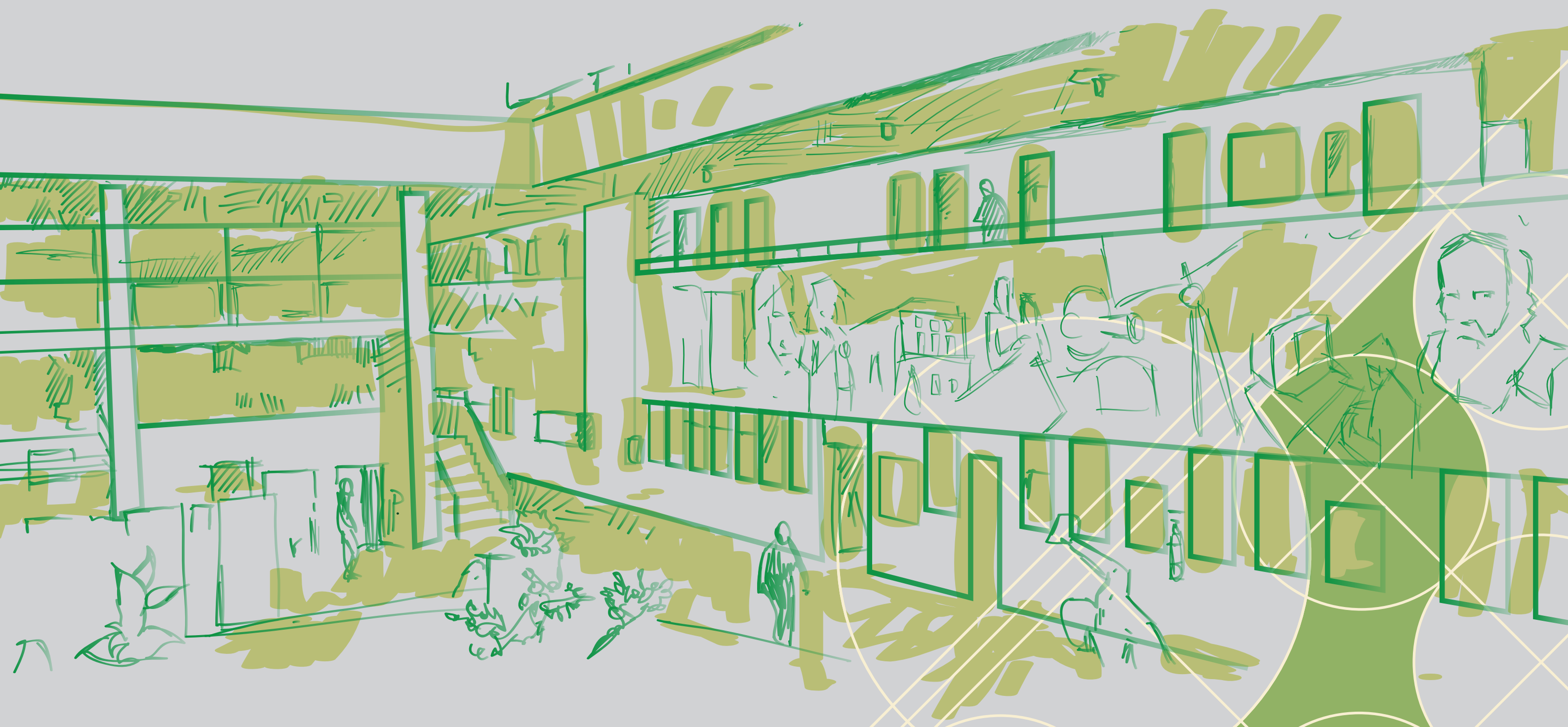
Universidad Nacional de Córdoba
Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales
Departamento Ingreso

CICLO DE INTRODUCCIÓN A LOS ESTUDIOS UNIVERSITARIOS

FÍSICA



UNC

FCEFyN

CINEU FCEFyN

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES

DEPARTAMENTO INGRESO

CICLO DE INTRODUCCIÓN A LOS ESTUDIOS UNIVERSITARIOS

FÍSICA

Diseño y diagramación:

Sebastián Prevotel / Lucía Navarro
sebastianprevotel@gmail.com

Autoridades de la FCEFyN

Decano
Mg. Ing. Pablo Recabarren

Vice-Decana
Mg. Ing. Adriana Cerato

Secretario General
Ing. Daniel Lago

Secretaría Académica (Área Ingeniería)
Dra. Inga. Magalí Evelín Carro Pérez

Secretaría Académica (Área Biología)
Bióloga Analía González

Secretaría Académica (Área Geología)
Geólogo Raúl Paredes

Secretaría Académica de Investigación y Post-Grado (Área Ingeniería)
Dr. Ing. Federico Pinto

Secretaría Académica de Investigación y Post-Grado (Área Ciencias Naturales)
Dra. Marcela Cioccale

Secretaría de Extensión
Ing. Luis Antonio Bosch

Secretaría Técnica
Ing. Julio Alfredo Capdevila Aliaga

Secretaría Administrativa
Sr. Ángel H. Giménez

Secretaría de Bienestar Estudiantil
Ing. Oscar Alberto Cáceres

Prosecretaría Académica Área Ingeniería
Ing. Lisandro A. Capdevila

Prosecretaría de Concursos
Ing. Germán Naldini

INFORMACIÓN IMPRESCINDIBLE
CINEU

TODA LA INFORMACIÓN DEL INGRESO LA PUEDE ENCONTRAR EN LA PÁGINA WEB DE LA FACULTAD http://www.portal.efn.uncor.edu/ en la sección INGRESANTES.

Es IMPRESCINDIBLE que lea TODOS los archivos que figuran allí. Los exámenes de Física, se rinden de manera presencial, y deberá llevar documento oficial que acredite fehacientemente su identidad, con foto, y los elementos necesarios para realizar la evaluación (lapicera azul o negra, hojas y calculadora). En una pizarra dispuesta a la entrada del edificio estará publicada el aula que le corresponde por carrera. Habrá personal para indicarle su ubicación. La duración del examen es de una hora y media y al finalizar se le informará cuándo estarán las calificaciones obtenidas en los avisadores de Ingreso y el día y hora en que usted podrá revisar su examen. Recuerde que para aprobar el examen final de Física del Ciclo de Nivelación es necesario alcanzar un 60% del puntaje total asignado a la evaluación. Las calificaciones posibles serán Aprobado o No aprobado. Si no aprobara el examen en diciembre, recuerde que deberá reinscribirse durante ese mismo mes (consultar las fechas en la página web de la facultad) para poder cursar Física en la modalidad presencial.

Recuerde que para ingresar al **Laboratorio de Educación Virtual** (LEV), utilizara tanto para su usuario como su contraseña su DNI (en caso de error de contraseña recupere la misma).

Recuerden que el e-mail que usted cargó en el sistema Guaraní cuando se inscribió, será a donde le lleguen las notas del CINEU y mensajes varios del LEV, por lo que debe de mantenerlo actualizado.

¡Esperamos contarlo entre nuestros alumnos!

ÍNDICE

PRÓLOGO

Joven estudiante:

¡Bienvenido a la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales! Imaginamos tu sueño. Lo imaginamos como un sueño ya en marcha pero que recién comienza. Como un sueño que comenzó este año o tal vez hace ya algunos años. Lo imaginamos similar al de los varios miles de jóvenes que año tras año y para avanzar sobre distintos campos del conocimiento humano, inundan nuestra casa de estudios. Lo imaginamos como un intento de formarse para la vida. Lo imaginamos como un sueño repleto de dudas, con miedos, pero con la firme convicción de probar que con esfuerzo se puede alcanzar. Para acompañarte en esta importante etapa de tu formación, el grupo de docentes del ciclo de nivelación te brindaremos nuestro apoyo, que consistirá en orientar el carácter de los estudios que llevarás a cabo, a través de clases teórico-prácticas y clases de consulta que te prepararán para que puedas desarrollar todo tu potencial y afrontar con éxito los requerimientos de las diferentes asignaturas que estén involucradas en tu carrera. También recibirás como apoyo, este material escrito que creemos será una importante guía de estudio. En relación con la metodología de trabajo, es significativo destacar que si bien estaremos en contacto durante las clases y las aulas virtuales, la lectura que hagas por tu cuenta de este material de estudio que pone a tu disposición la Facultad, y el esfuerzo por resolver los problemas aquí planteados, serán de gran importancia a la hora de medir el grado de comprensión de las principales ideas involucradas en este curso de nivelación. Como importante, te adelantamos que a medida que avances en el desarrollo del curso, podrás autoevaluarte a través de instrumentos (pruebas espejo) que pondremos a tu disposición. Estas evaluaciones, también nos servirán a los docentes encargados del curso, para evaluar nuestro desempeño. Los contenidos que abordaremos, en su mayoría debieran resultarte conocidos. En tu paso por la Escuela Media, seguro que estuviste en contacto con ellos, y además seguro que el nivel de profundidad con el que serán abordados en este Ciclo de Nivelación, no será distinto al que emplearon tus profesores del nivel medio. Es nuestra intención, por un lado nivelar conocimientos y capacidades, y por otro, definir tendencias y vocaciones. Los problemas planteados, intentan acercarte la problemática de las distintas carreras de la Facultad, naturalmente desde la sencillez con la cual se puede plantear en un curso introductorio, con el propósito de que puedas, al menos, vislumbrar tu futuro profesional.

Te deseamos suerte y que tus sueños comiencen a cumplirse.

PROGRAMA

LINEAMIENTOS GENERALES

Las acciones didácticas propuestas para la totalidad del Ciclo de Nivelación, incluyen las siguientes: propuesta de material escrito; clases teóricas; clases prácticas de resolución de problemas; clases de consulta; y pruebas de autoevaluación (espejo).

METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA

Las clases teóricas se utilizarán para complementar los desarrollos teóricos propuestos en el material de consulta publicado en esta Unidad Académica. Se utilizará el diálogo para captar la participación de los alumnos.

Las clases prácticas serán dedicadas a la resolución de problemas, a la corrección de problemas resueltos y a la discusión de aquellos temas que el docente perciba como de difícil apropiación por parte de los alumnos.

Las clases de consulta se llevarán a cabo fuera del horario de clases establecido en el cronograma. Se estiman 2 (dos) horas reloj de consulta por semana. Se podrá consultar sobre aspectos relativos a la resolución de problemas planteados en la guía de estudio.

Las pruebas de autoevaluación (espejo) serán escrito para que los alumnos las resuelvan fuera del horario de clase, y naturalmente, luego de que planteadas en el material el tema fuera agotado en las instancias previstas en párrafos anteriores. El docente a cargo de cada Comisión de alumnos y con el correspondiente acuerdo del Coordinador del Área Física, acordará el día en el cual resolverá en el pizarrón cada una de las pruebas planteadas. El alumno deberá llegar a clase, el día establecido con la prueba resuelta para autoevaluarse. Mediante una sencilla estadística de manos levantadas, el docente podrá examinar el resultado global de la prueba espejo y el resultado por cada una de las preguntas formuladas.

EVALUACIÓN

La aprobación se obtiene con el 60 % del puntaje asignado a los ítems de la evaluación. Las calificaciones posibles son Aprobado o No aprobado.

CONTENIDOS TEMÁTICOS

Unidad Nº 1. Introducción. El modo de trabajar del Hombre de Ciencia. Unidades. Notación Científica. Múltiplos y Submúltiplos. Cifras significativas. Órdenes de magnitud. Magnitudes escalares y vectoriales. Composición y descomposición de vectores: métodos gráficos y analíticos (componentes ortogonales). Resolución de problemas: Ecuaciones, funciones y representaciones gráficas.

Unidad Nº 2. El movimiento. Cinemática: movimiento rectilíneo uniforme; movimiento rectilíneo uniformemente variado; y movimiento circular. Problemas de encuentro.

Unidad Nº 3. Dinámica (las causas del movimiento). Leyes de Newton. El equilibrio (1era. Condición). Fuerza y peso. El plano inclinado. La fuerza de roce. El trabajo y la energía.

Unidad Nº 4. Fluidos en Reposo y en movimiento. Densidad y presión. La "flotación" y el principio de Arquímedes. La Ley General de la Hidrostática. Los fluidos en movimiento.

Unidad Nº 5. Óptica geométrica. Leyes de la reflexión y de la refracción. Espejos planos.

Unidad Nº 6. Algunas propiedades de las ondas. El fenómeno ondulatorio: ondas en una cuerda, ondas en el agua, ondas sonoras y ondas electromagnéticas.

BIBLIOGRAFÍA

- ALVARENGA B. y MÁXIMO, A., 1984, Física General. (Editorial Harla, México).
- CALVO, D., MOLINA, M. y SALVACHÚA, J., 1996. Ciencias de la Tierra y del Medio Ambiente.
- Bachillerato LOGSE. Mc Graw Hill, España, 333 páginas.
- ESCUDERO, P., LAUZURICA, M.T., PASCUAL, R. y PASTOR, J.M., 1993, Físico-Química. (Editorial Santillana, Capital Federal).
- GALINDO, A., SAVIRON, J., MORENO, A., PASTOR, J. y BENEDI, A., 1995, Física y Química 1, Bachillerato LOGSE. (Editorial Mc Graw Hill, España).
- HECHT, E., 2000. Física 1 - Álgebra y Trigonometría. International Thomson Editores. México, 550 páginas.
- HEWITT, P. G., 1995. Física Conceptual. Editorial Addison – Wesley Iberoamericana. Wilmington, Delaware, Estados Unidos, 736 páginas.
- MAIZTEGUI A.P. y SÁBATO, J. A., 1988, Física II. (Editorial Kapelusz, Buenos Aires, Argentina).
- SÁNCHEZ, I., LEAL, A. y ELIZALDE, R., 1995, Ciencias de la Naturaleza 1 (Educación Secundaria Obligatoria). (Editorial Mc Graw Hill, España).
- TRICÁRICO, H.R. y BAZO, R. H., 1994, Física 4. (A-Z editora, Buenos Aires, Argentina).
- ZARUR, P., 1995, Ciencias Naturales. (Editorial Plus Ultra, Brasil).

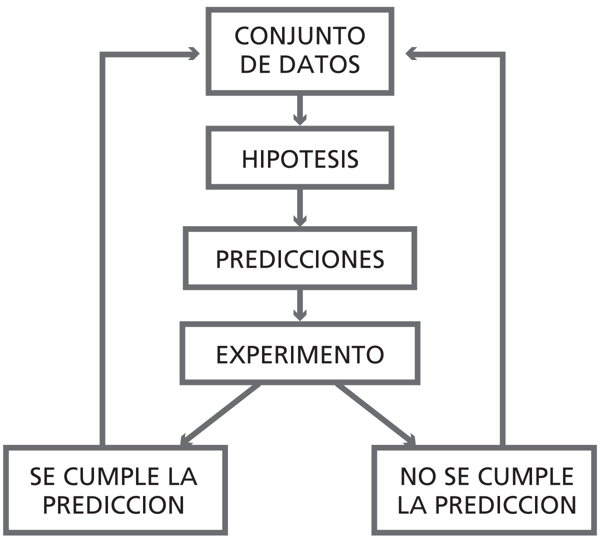
UNIDAD 1

INTRODUCCIÓN

1. EL MODO DE TRABAJAR DEL HOMBRE DE CIENCIA

El método de trabajo que utilizara Galileo Galilei y que le permitiera formular sus leyes del movimiento, con el tiempo pasó a denominarse método científico. Este método es compartido hoy por la física con otras ciencias, y constituye una método sistemático de investigación que bien merece un estudio crítico.

Toda investigación científica comienza con una cuidadosa recopilación de hechos observados y un detenido examen de los datos obtenidos. A menudo se advierte algún comportamiento particular que sugiere que los fenómenos que se investigan no ocurren de modo fortuito, sino que están sujetos a ciertas leyes fundamentales. En ciertos casos (los menos), puede descubrirse fácilmente la ley, hipótesis hasta que se compruebe experimentalmente, que relaciona los datos obtenidos. En la mayoría de las investigaciones, se acumula una gran cantidad de información, de muy diferentes orígenes antes de poder formular una ley que sea abarcativa de toda la problemática abordada. Es más, suele ocurrir que sea necesaria una inteligencia genial para que en un destello de inspiración construya una hipótesis sencilla y fundamental, que permita relacionar las variables involucradas en el conjunto de datos.



Esquema 1.1 - Proceso de Investigación

Los primeros pasos que se lleven a cabo en el proceso de investigación, pueden cambiarlo totalmente, desde sus primeras hipótesis y sus primeras fuentes de datos, hasta el ámbito de trabajo o campo del conocimiento en el cual se llevan a cabo las investigaciones. Incluso el proceso de investigación no es lineal. Hay avances y retrocesos. No debe creerse que existe un único método científico. Cuando decimos método científico estamos queriendo decir que debe usarse el método que utilizan los científicos cuando desarrollan sus investigaciones, pero para nada queremos significar que exista un único modo de trabajar en ciencias.

Por muy verdadera que tal hipótesis pueda parecer, no ha de ser aceptada hasta que no haya sido sometida a la prueba rigurosa de la comprobación experimental. Un esquema sencillo de la situación que estamos planteando lo muestra la figura. Un experimento prueba una hipótesis verificando si las predicciones que se derivan de la misma son correctas.

Hipótesis	Predicción
Falsa	Falsa o Correcta
Correcta	Correcta

La tabla de verdad, muestra que una hipótesis correcta necesariamente debe conducir a una predicción correcta, sin embargo una hipótesis falsa puede dar lugar a una conclusión falsa o correcta. Veamos un ejemplo:

> En el siglo XVI, se creía que la velocidad de la luz era infinita (propagación instantánea) y sólo algunos científicos como Galileo (1564-1642) desconfiaban de esa creencia. Un experimento propio de la época, de quienes confiaban en que la luz se propagaba instantáneamente, era colocar un farol en una colina y otro en otra colina distante algunos kilómetros de la primera y actuar sobre uno de los faroles (se destapaba) enviando una señal al segundo que respondía al ver la señal, del mismo modo. En ese caso la hipótesis y la predicción que se planteaban, eran:
>
> **HIPÓTESIS:** la propagación de la luz es instantánea.
>
> **PREDICCIÓN:** apenas se destapa el primer farol, se debe ver desde el primero la señal del segundo.
>
> Salvando las demoras en los encargados de tapar y destapar los faroles, aparentemente la predicción se cumple, sin embargo hoy sabemos que ello ocurre porque la velocidad de la luz es tan grande que el tiempo que tarda en recorrer algunos kilómetros es extremadamente pequeño y en consecuencia difícil de medir.

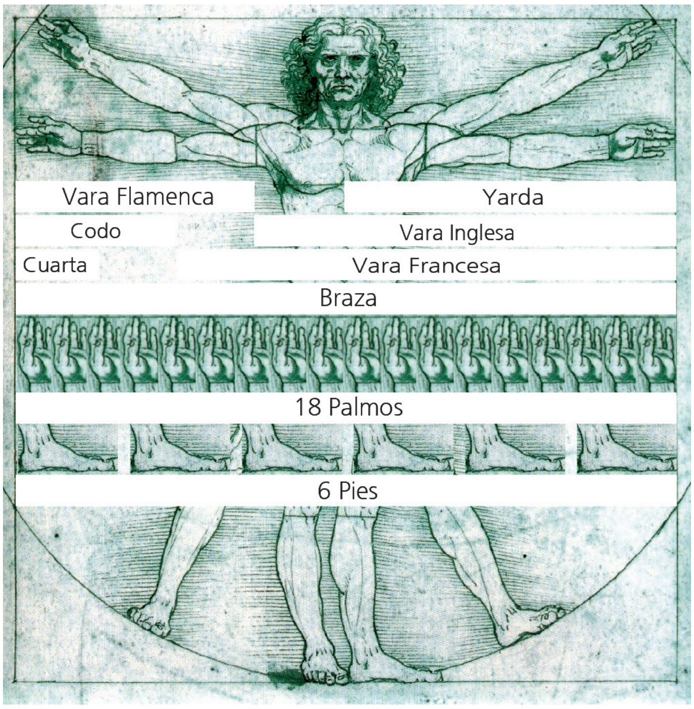
CLARAMENTE USTED HA PODIDO OBSERVAR COMO UNA HIPÓTESIS FALSA HA DADO LUGAR A UNA PREDICCIÓN CORRECTA.

2. SISTEMA DE UNIDADES (SIMELA)

La física suele ser denominada como la “ciencia de la medición”. Dicha denominación se apoya en el hecho de que para descubrir las leyes que gobiernan los fenómenos naturales, los científicos deben llevar a cabo mediciones de las magnitudes relacionadas con dichos fenómenos.

Un destacado físico inglés del siglo pasado, enfatizó sobre la importancia de las mediciones en el estudio de las ciencias en general y de la física en particular, expresando lo siguiente:

“SIEMPRE DIGO QUE SI ES POSIBLE MEDIR AQUELLO DE LO QUE SE HABLA Y SE CONSIGUE EXPRESARLO EN NÚMEROS, ENTONCES SE SABRÁ ALGO AL RESPECTO; PERO CUANDO NO PUEDE EXPRESARSE ASÍ, EL CONOCIMIENTO ES DEFICIENTE E INSATISFACTORIO...”



Antes de que el Sistema Métrico Decimal fuese instituido (a fines del siglo XVII), las unidades de medida se definían muy arbitrariamente y variaban de un país a otro, dificultando las transacciones comerciales y el intercambio científico entre las naciones. Las unidades de longitud, por ejemplo, casi siempre se derivaban de las dimensiones de ciertas partes del cuerpo del monarca de un país. La figura que sigue muestra algunas de estas unidades. Aún en la actualidad, en los países de habla inglesa se utilizan unidades de este tipo, claro que definidas con patrones menos arbitrarios que los que se utilizaban en la antigüedad. También se utiliza en estos países el Sistema Métrico Decimal, en una etapa de transición después de la cual sólo se utilizará este último sistema.

1 pie = 12 pulgadas
1 yarda = 2,98 pies

Otro inconveniente de estas unidades era que sus múltiplos y submúltiplos no son decimales de la unidad fundamental. Esto dificultaba enormemente la realización de las operaciones matemáticas con las mismas. Por ejemplo:

Los inconvenientes detallados en los párrafos anteriores, llevaron a los científicos de la época a proponer un sistema definido con mayor precisión y más sencillo para operar. Así en 1795, en Francia y como una de las contribuciones más significativas de la Revolución Francesa a la ciencia, se adoptó el Sistema Métrico Decimal, al que se le dio el carácter de Sistema Universal.

Las principales características de este sistema fueron:

1. La tierra se tomó como base para escoger la unidad de longitud: se definió al metro como la diezmillonésima (10^{-5}) parte de la distancia (sobre un meridiano) del ecuador al polo. Esta cantidad se marcó sobre una barra de platino iridiado -el metro patrón- y se depositó en el Archivo Oficial de Pesas y Medidas en París. Todavía hoy se conserva, aún cuando el metro patrón se define de otra manera.

2. Los prefijos de los múltiplos y submúltiplos se eligieron de modo racional, empleándose palabras griegas y latinas (kilo=10^3, mili=10^{-3}, deca=10^1, etc.) para designarlos.

En física, existen además de las unidades de longitud, una enorme cantidad de unidades, entre las cuales se pueden establecer diversas relaciones. En la segunda mitad del siglo pasado se hizo un decidido esfuerzo por alcanzar un acuerdo internacional en la definición de las unidades básicas. Con ese objeto se celebró un congreso en Francia, en el cual se aceptaron como unidades fundamentales al metro (m), al kilogramo (kg) y al segundo (s). En el mismo congreso se eligió para el metro la distancia entre dos finos trazos grabados sobre una barra de aleación de platino e iridio, y, para el kilogramo, la masa de cierto cilindro de la misma aleación. Ambos patrones se conservan en Francia (Sevrès). El segundo se definió como una fracción apropiada del día solar medio. Se hicieron copias de los patrones de masa y longitud y se asignó uno a las Oficinas de Patrones de cada uno de los países participantes.

La incomodidad de tener que comparar con patrones depositados en determinados lugares, y la posibilidad concreta de que los patrones se modifiquen con el tiempo por corrosión, cristalización o cualquier otro proceso, influyeron para que los patrones actuales se hayan definido en función de propiedades atómicas, como muestra la tabla de Unidades Básicas (Tabla 1.1).

Cantidad	Nombre	Símbolo	Definición
Longitud	metro	m	".... la longitud igual a 1 650 763.73 longitudes de onda en el vacío de la radiación correspondiente a la transición entre los niveles 2p10 y 5d5 del átomo del kriptón 86". (1960)
Masa	kilogramo	Kg	"... este prototipo (un cierto cilindro de platino-iridio) se considerará de aquí en adelante como la unidad de masa." (1889)
Tiempo	segundo	s	"... la duración de 9 192 631 770 periodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado basal del átomo de cesio 133". (1967)
Corriente eléctrica	ampere	A	"... la corriente eléctrica constante que, si se mantiene en dos conductores paralelos rectos de longitud infinita, se sección recta circular despreciable y colocados a una distancia de 1 m en el vacío, producirá entre ellos una fuerza igual a 2 x 10-7 newton por metro de longitud". (1946)
Temperatura Termodinámica	kelvin	K	"... la fracción 1/273.16 de la temperatura termodinámica del punto triple del agua". (1967)
Cantidad de Sustancia	mol	mol	"...la cantidad de sustancia de un sistema que contiene tantas entidades elementales como átomos en 0.012 kilogramo de carbono 12". (1971)
Intensidad luminosa	candela	cd	"... la intensidad luminosa, en dirección perpendicular, de una superficie de 1/600 000 m2 de un cuerpo negro a la temperatura de fusión del platino a la presión de 101 325 newton por metro cuadrado". (1967)

Tabla 1.1

Afortunadamente sólo es necesario definir un pequeño número (siete) de unidades patrones. A éstas se las denomina "Unidades Básicas". El resto de las magnitudes físicas tienen unidades que pueden derivarse de las unidades patrones básicas y por esa razón se las denomina "Unidades derivadas" (Tabla 1. 2).

Cantidad	Nombre de la unidad	Símbolo	Definición
área	metro cuadrado	m^2	
volumen	metro cúbico	m^3	
frecuencia	hertz	Hz	Ciclo/s
densidad	kilogramo por metro cúbico	Kg/m^3	
rapidez, velocidad	metro por segundo	m/s	
velocidad angular	radián por segundo	rad/s	
aceleración	metro por segundo cuadrado		m/s^2
aceleración angular	radián por segundo cuadrado	rad/s^2	
fuerza	newton	N	$Kg\ .m/s^2$
presión	pascal	Pa	N/m^2
trabajo, energía, cantidad de calor	joule	J	N · m
potencia	watt	W	J/s
cantidad de electricidad	coulomb	C	A · s
diferencia de potencial, fuerza electromotriz	volt	V	W/A
intensidad del campo eléctrico	volt por metro	V/m	
resistencia eléctrica	ohm	Ω	V/A
capacitancia	farad		A · s/V
flujo magnético	weber	Wb	V · s
inductancia	henry	H	V · s/A
densidad del flujo magnético	tesla	T	Wb/m^2
intensidad del campo magnético	ampere por metro	A/m	
entropía	joule por kelvin	J/ºK	
calor específico	joule por kilogramo kelvin	J/(kg · ºK)	
conductividad térmica	watt por metro kelvin	W/(m · ºK)	
intensidad radiante	watt por esterorradián	W/sr	

Tabla 1. 2. Algunas unidades derivadas del SIMELA

Por ley l9.511, del 2 de marzo de l972, se modifica la legislación metrológica vigente en nuestro país desde 1863. El artículo 1º de dicha ley establece:

“EL SISTEMA MÉTRICO LEGAL ARGENTINO (SIMELA) ESTARÁCONSTITUÍDO POR LAS UNIDADES, MÚLTIPLOS Y SUBMÚLTIPLOS, PREFIJOS Y SÍMBOLOS DEL SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES (SI) TAL COMO HA SIDO RECOMENDADO POR LA CONFERENCIA GENERAL DE PESAS Y MEDIDAS HASTA SU DECIMOCUARTA REUNIÓN, Y LAS UNIDADES, MÚLTIPLOS Y SUBMÚLTIPLOS Y SÍMBOLOS AJENOS AL SISTEMA INTERNACIONAL QUE FIGURAN EN EL CUADRO DE UNIDADES DEL SIMELA”

Finalmente existen un tercer tipo de unidades, las “Unidades Suplementarias” que son puramente geométricas. Estas unidades son mostradas en la Tabla 1.3.

Ángulo plano	radián	Rad
Ángulo sólido	estereorradián	sr

Tabla 1. 3. Unidades suplementarias del SIMELA

3. LAS UNIDADES EN LAS ECUACIONES Y EN LOS RESULTADOS

Todas, bueno digamos “casi todas” las magnitudes físicas tienen su correspondiente unidad. Algunas, muy pocas, carecen de unidad. Por ejemplo, el índice de refracción de una sustancia que es la relación entre la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad de la luz dentro de dicha sustancia, naturalmente es un número abstracto, sin unidades. Un vistazo a las tablas del Sistema Internacional de Unidades, permite inferir sobre las unidades de cada una de las magnitudes físicas; algunas tienen nombre propio mientras otras quedan definidas en función de las unidades básicas.

Las ecuaciones que se utilizan en la física para resolver determinadas situaciones, estarán constituidas por un primer y por un segundo miembro; cada uno de éstos podrá estar compuesto por uno o varios términos. Todos los términos de la ecuación deberán poseer las mismas unidades.

NO SE PUEDEN SUMAR TÉRMINOS CON UNIDADES DISTINTAS

NO SE PUEDEN IGUALAR MIEMBROS CON UNIDADES DISTINTAS

Lo expresado en el recuadro puede utilizarse para verificar si determinadas ecuaciones son correctas, por lo menos desde el punto de vista de las unidades involucradas.

EJEMPLOS. En todos los casos se trata de verificar la coherencia de las expresiones dadas, sobre la base de analizar las unidades de cada uno de sus términos.

1. (3m + 2kg), m (metros) más kg (kilogramos) no pueden sumarse.

2. F = 12 m, no tiene significado físico ya que en el primer miembro tenemos una fuerza, razón por la cual el resultado debe estar dado en *N* (Newton) y no en *m* (metros). El segundo miembro debería resultar en *N* .

3. Utilizando la tabla 1.4 que lo ayudará a identificar símbolos que no conoce, y ayudándose con las tablas del SIMELA, verifique analizando la coherencia de las unidades involucradas, cuáles de las siguientes expresiones son correctas y cuáles incorrectas.

$$x = x_o + v_o t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v = \frac{m}{t} + a$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

$$F_c = m a_c = m \frac{v^2}{R}$$

Este ejercicio, lo dejamos sin resolver para que usted practique.

MAGNITUDES	SÍMBOLOS	UNIDADES
Altura	h	m metro
Posición	x	m metro
Velocidad	v	m/s
Aceleración	a	m/s^2
Tiempo	t	s segundo
Aceleración de la gravedad	g	m/s^2
Fuerza centrípetra	Fc	N Newton
Radio	R	m metro
Masa	m	kg kilogramo

Tabla 1.4. Algunas magnitudes, símbolos y unidades

4. NOTACIÓN CIENTÍFICA

Los patrones se han elegido normalmente de modo que las unidades sean de tamaño adecuado para las necesidades ordinarias. Sin embargo, existen cantidades para las cuales su escritura resulta totalmente incómoda en función de las unidades patrones. Por ejemplo, la longitud de onda de la luz del sodio λ_s es

λ_s= 0,000 000 5893m

y la distancia de la tierra al sol $d_{t\text{-}s}$ es

$d_{t\text{-}s}$= 149 500 000 000m,

y el diámetro de un virus pequeño

ϕ =0,000 000 08m

y la vida media de un mamífero grande

t = 900 000 000s

como observamos, un gasto inútil de tiempo y papel, y una lectura poco clara del valor.

Difícilmente seríamos capaces de recordar estos números. Por esta razón se acostumbra escribir los valores de todas las magnitudes físicas con una notación abreviada más cómoda, utilizando las potencias de 10, como se muestra a continuación

$\lambda_s = 5{,}893 \times 10^{-7}$ m $\quad$ $d_{t\text{-}s} = 1{,}495 \times 10^{11}$ m

$\phi = 8 \times 10^{-8}$ m $\quad$ $t = 9 \times 10^{8}$ m

En suma, la forma habitual de escribir las magnitudes físicas es, utilizar una cifra comprendida entre 1 y 10, antes de la coma, multiplicada por la potencia adecuada de 10.

5. MÚLTIPLOS Y SUBMÚLTIPLOS

También se pueden escribir las magnitudes físicas, utilizando múltiplos y submúltiplos de la unidad fundamental. Por ejemplo las cuatro cantidades del ejemplo anterior podrían escribirse

$\lambda_s = 0{,}5893$ µm (micrometro)
$d_{t\text{-}s} = 149{,}5$ Gm (gigametro)
$\phi = 0{,}08$ µm (micrometro)
$t = 0{,}9$ Gs (gigasegundo)

Las abreviaturas aceptadas internacionalmente para los múltiplos y submúltiplos comúnmente utilizados, así como los correspondientes prefijos añadidos al nombre de la unidad, se muestran en la Tabla 1. 5.

Abrev.	Prefijo	Factor
G	giga	10^{9}
M	mega	10^{6}
K	kilo	10^{3}
c	centi	10^{-2}
m	mili	10^{-3}
µ	micro	10^{-6}
n	nano	10^{-9}
p	pico	10^{-12}
f	fento	10^{-15}

Tabla 1. 5. Múltiplos y submúltiplos de la unidad

EJEMPLOS

1. Con la notación científica siempre podemos escribir un número de distintas maneras, sin modificar su número de cifras significativas. Escriba los siguientes números de tres maneras distintas, utilizando notación científica

1.1. 0,000791
1.2. 100
1.3. 5,79 x 10
1.4. 8,42
1.5. 15 037
1.6. 3,66

Solución.

1.1. $0{,}000791 = 791 \times 10^{-6} = 7{,}91 \times 10^{-4} = 0{,}791 \times 10^{-3}$
1.2. $100 = 0{,}100 \times 10^{3} = 1{,}00 \times 10^{2} = 0{,}000\,001\,00 \times 10^{8}$
1.3. 5,79 x 10 =
1.4. 8,42 =
1.5. 15 037 =
1.6. 3,66 =

continúe usted

2. Una membrana celular tiene un espesor de valor e = 0,000 000 0072 m.

   2.1. Escriba el valor del espesor de la membrana utilizando notación científica (potencia de diez).

   Solución. e = 0,000 000 0072 m = 7,2 x 10^{-9} m

   2.2. Exprese el valor del espesor de la membrana en "nm".

   Solución. Un nanómetro (nm) es igual a 10^{-9}m. En consecuencia

   e = 7,2 x 19^{-9} m = 7,2 nm

3. Considerando que el año tiene 365 días, un día 24 horas, una hora 60 minutos y un minuto 60 segundos, fácilmente se puede calcular la cantidad de segundos que tiene un día y un año.

   3.1. Calcule la cantidad de segundos que tiene un día y un año.

   Solución. Según lo expresado en el enunciado

   1 hora = 60 x 60 = 3 600 s
   1 día = 3 600 x 24 = 86 400 s
   1 año = 86 400 x 365 = 31 536 000 s

   3.2. Exprese las cantidades obtenidas en el punto anterior, de una manera más sencilla, utilizando notación científica, y múltiplos de la unidad fundamental.

   Solución.

   1 hora = 3,6 x 10^{3} s
   1 día = 8,64 x 10^{4} s
   1 año = 3,153 6 x 10^{7} s

   ¿ Y LOS CEROS?

   En el punto siguiente, aclararemos el asunto de los cero que no están.

6. CIFRAS SIGNIFICATIVAS

Los físicos y los químicos, y en general todas las personas que realizan mediciones, han adoptado una forma de proceder en relación con la presentación del resultado de una medición. Este debe expresar sólo las cifras seguras y una aproximada. Estos números que componen el resultado, se denominan **cifras significativas**.

LAS CIFRAS SIGNIFICATIVAS DE UN RESULTADO SON LAS QUE EL OPERADOR PUEDE GARANTIZAR (QUE HA LEÍDO), INCLUYEN CIFRAS SEGURAS Y LA PRIMER CIFRA APROXIMADA

Para contar las cifras significativas de un número escrito en notación decimal, se actúa de la siguiente manera:

SE CUENTAN TODAS LAS CIFRAS ESCRITAS, COMENZANDO A CONTAR DESDE LA DERECHA Y HACIA LA IZQUIERDA, EXCEPTO LOS CEROS QUE ESTÁN A LA IZQUIERDA DE LA ÚLTIMA CIFRA NO NULA. CUANDO EL NÚMERO ESTÁ ESCRITO EN NOTACIÓN CIENTÍFICA NO SE CUENTA EL FACTOR EXPONENCIAL.

Algunos ejemplos:

1. 3,42 .... 3 cifras significativas
2. 0,002 .... 1 cifra significativa
3. 10 000 .... 5 cifras significativas
4. 3,420 0................................ 5 cifras significativas
5. 0,000 097............................ 2 cifras significativas
6. 75 468 001 .... 8 cifras significativas

Desde el punto de vista matemático 1. y 4. son iguales, sin embargo desde el punto de vista del resultado de una medición, no. En 1. la cifra aproximada ocupa el lugar de las centésimas, mientras que en el 4. ocupa el lugar de las diez milésimas. *PARECEN IGUALES, PERO NO LO SON.* En el caso 1. el operador a leído el *3,4* como cifras seguras y el *2* (para las centésimas) como cifra aproximada; en el caso 4. se han leído como seguras las cifras *3,420* y el *0* (para las diez milésimas) como aproximada.

Comentarios

→ No deben agregarse ceros a la derecha de las cifras significativas de la cantidad, a menos que hayan sido leídos.

→ Los ceros a la izquierda de las cifras leídas, no se cuentan como cifras significativas, ya que sólo aparecen para ubicar la coma. Pueden eliminarse expresando el resultado con notación científica, o utilizando múltiplos o submúltiplos de la unidad fundamental. Por ejemplo, suponga que hemos medido una altura h, hasta el “mm” como cifra aproximada:

$$h = 0{,}863\ m$$

$$h = 863\ mm \qquad\qquad h = 863 \times 10^{-3}\ m$$

Suponga que a su profesor se le ocurre solicitarle a usted que exprese la altura del pizarrón en micrómetros. Usted rápidamente estaría tentado de escribir

$$h = 863\ 000 \mu m$$

Lo que usted hizo es correcto sólo a medias. Es correcto para la matemática pero no para la física, pues en el número que escribió está asegurando los *8* decímetros, los *6* centímetros, los *3* milímetros, las cero décimas de milímetro, las cero centésimas de milímetro, y como cifra aproximada escribió el cero de los micrómetros. **Y RECUERDE, HABÍAMOS DICHO QUE DESPUES DE LOS "mm" NO SABÍAMOS NADA**.

En realidad usted no quiso decir todo lo que expresa el párrafo anterior, sólo quiso rellenar los lugares para poder escribir la altura del pizarrón en micrómetros, tal como se le había solicitado. Claro, pero como en ciencia todo número escrito significa algo, y además el significado de los números escritos ya fue enunciado anteriormente, fue eso precisamente lo que nos permitió inferir del número que usted escribió, todo lo que expresamos en el párrafo anterior.

Pero, ¿acaso es que no se puede escribir la altura del pizarrón en micrómetros, manteniendo la información de que sólo se han leído hasta los "mm"? Quédese tranquilo, si se puede. Utilizando la notación científica puede escribir

$$h = 8{,}63 \times 10^5 \mu m \quad \text{ó} \quad h = 863 \times 10^3 \mu m$$

7. ORDENES DE MAGNITUD

En determinadas circunstancias, sólo necesitamos conocer aproximadamente el valor de la cantidad a medir; por ejemplo cuando seleccionamos el instrumento con el cual se realizará la medición, o cuando decidimos acerca de cuál será el dispositivo más conveniente a utilizar en el montaje experimental. En esos casos decimos que sólo interesa el orden de magnitud de la cantidad a medir.

Se define como *orden de magnitud* de una cantidad, a la potencia de 10 más próxima. Algunos autores, definen el *orden de magnitud* de una cantidad como la expresión que resulta al escribir la cantidad con una sola cifra significativa redondeada y con notación científica. Redondear una cifra quiere decir aproximar el valor de la cifra al valor que tiene, si la que le sigue va de 0 a 4, y aproximarla al valor siguiente si la que le sigue va de 5 a 9.

Por ejemplo: 1,2≅1; 1,7≅2; 3,9≅4; 7,1≅7; 2,5≅3.

Con las potencias enteras de 10 podemos lograr los siguientes números

....	= ....
10^{-7}	= 0,000 000 1
10^{-6}	= 0,000 001
10^{-5}	= 0,000 01
10^{-4}	= 0,000 1
10^{-3}	= 0,001
10^{-2}	= 0,01
10^{-1}	= 0,1
10^{0}	= 1
10^{1}	= 10
10^{2}	= 100
10^{3}	= 1 000
10^{4}	= 10 000
10^{5}	= 100 000
10^{6}	= 100 000
....	= ....

CANTIDADES	ORDEN DE MAGNITUD	
	Algunos autores	Otros autores
Alumnos ingresantes a la Facultad 1243 alumnos	10^3 alumnos	$1x10^3$ alumnos
Habitantes de la República Argentina 34 894 534 habitantes	10^7 habitantes	$3x10^7$ alumnos
Distancia Córdoba-CarlosPaz 36km	10^1 km	$4x10^1$ km
Duración de la vida humana 2 207 520 000 s	10^9 s	$2x10^9$ s
Diámetro de un átomo de hidrógeno ϕ = 0,000 000 000 05m	10^{-11} m	$5x10^{-11}$ m

Tabla 1.6. Algunos ejemplos de órdenes de magnitud

Las tablas siguientes muestran órdenes de magnitud para algunas masas, tiempos y distancias típicas:

10^{23} S	Tiempo para que un rayo X atraviese un núcleo
10^{-19} S	Tiempo para que un rayo X atraviese un átomo de hidrógeno
10^{-19} S	Tiempo medio de excitación de un átomo
10^{-8} S	Periodo de desintegración de un mesón π
10^{-6} S	Periodo de semidesintegración de un mesón π
10^{-4} S	Periodo de las ondas sonoras de alta frecuencia
10^{-2} S	Velocidad del obturador en las fotografías ultrarrápidas
1 S	Intervalo entre los latidos del corazón
10^5 S	Un día
10^9 S	Promedio de la vida humana
10^{13} S	Tiempo transcurrido desde la aparición del primer hombre sobre la Tierra.
10^{16} S	Tiempo transcurrido desde la aparición de la vida sobre la Tierra
10^{17} S	Periodo de semidesintegración del Uranio: edad de la Tierra

Tabla 1.7. Algunos tiempos típicos

0^{-15} m	Longitud de onda de los rayos y penetrantes
	Diámetro de los núcleos atómicos
10^{-10} m	Diámetro de los átomos
	Longitud de onda de los rayos X
	Límite de resolución del microscopio electrónico
10^{-7} m	Límite de resolución del microscopio óptico
	Longitud de onda dela luz visible
10^{-5} m	Diámetro de los glóbulos rojos de la sangre
10^{-4} m	Límite de resolución del ojo humano
10^{-2} a 10^2 m	Tamaños de los objetos a nuestro alrededor
10^4 m	Altura del Monte Everets
10^7 m	Diámetro de la Tierra
10^8 m	Distancia de la Tierra a la Luna
10^{11} m	Distancia de la Tierra al Sol
10^{14} m	Diámetro del sistema solar
10^{16} m	Año-Luz
10^{20} m	Diámetro de una galaxia
10^{22} m	Distancia de la galaxia más próxima
10^{25} m	Diámetro del universo observable.

Tabla 1.8. Algunas distancias típicas

10^{-30} kg	El electrón
10^{-27} kg	El protón
10^{-25} kg	Un átomo de cobre
10^{-15} kg	Una molécula de DNA
10^{-13} kg	Una gotita de aerosol
10^{-7} kg	Un ala de abeja
10^{-3} a 10^3 kg	Objetos corrientes
10^7 kg	Un barco trasatlántico
10^{25} kg	La Tierra
10^{30} kg	El Sol

Tabla 1.9. Algunas masas típicas

8. MAGNITUDES ESCALARES Y VECTORIALES

8.1 Cantidades y magnitudes

Las longitudes en general, las fuerzas en general, las superficies, los volúmenes, las masas, los tiempos, son ejemplos de magnitudes. La longitud del pizarrón de un aula determinada, la masa de un cuerpo en particular, el volumen de tal cuerpo, etc., son ejemplos de cantidades. En resumen, la longitud de un cuerpo determinado, es una cantidad, mientras que la longitud en abstracto, sin referirse a ninguna en particular, es una magnitud.

La medida de cualquier magnitud física supone su comparación con una unidad patrón. Una cantidad de una magnitud física está vinculada a la vez a un número y a una unidad de medida. En algunos casos esta información define completamente la cantidad, y en otros no.

Las unidades de medida se construyen tomando como referencia las unidades patrón. Estas últimas deben estar perfectamente definidas, y deben permanecer invariables en el transcurso del tiempo.

8.2 Magnitudes escalares

En física estamos acostumbrados a trabajar con cantidades de distintas magnitudes como, por ejemplo, la masa de un cuerpo, la superficie de un terreno, la temperatura de un objeto, la energía mecánica de un cuerpo, el lapso que tarda un pulso de luz láser en recorrer (ida y vuelta) la distancia tierra luna, la distancia focal de una lente, la densidad de una sustancia, el volumen de un cuerpo, el trabajo que desarrolla una fuerza, etc.

Figura 1.2. Tiempo que tarda la luz en recorrer ida y vuelta la distancia Tierra-Luna (Magnitud escalar)

En el párrafo anterior mencionamos conceptos como “energía mecánica”, “trabajo desarrollado por una fuerza”, “distancia focal” de una lente, y “densidad” de una sustancia, que suponemos usted conoce, por la instrucción recibida en la escuela media. Si necesita alguna aclaración puede recurrir a cualquier libro de Física de los que se utilizan en dicho nivel del sistema educativo.

A continuación expresamos algunas cantidades escalares

$m = 3$ kg	: masa de un cuerpo
$S = 229$ m^2	: superficie de un terreno
$T = 35°C$	: temperatura de un cuerpo
$Ec = 240J$	: energía cinética de un cuerpo
$t = 2{,}568s$	: tiempo que tarda un pulso de luz en viajar a la luna, ida y vuelta
$f = 5cm$	: distancia focal de una lente

En todos los casos las cantidades expresadas quedan totalmente definidas, plenamente conocidas, cuando especificamos su valor (un número) y la unidad utilizada en la medición. Todas las cantidades como las mencionadas, las cuales quedan totalmente definidas cuando expresamos un número y una unidad, se denominan **cantidades escalares**. Las magnitudes correspondientes a las cantidades escalares se denominan **magnitudes escalares**.

8.3 Magnitudes vectoriales

Con el propósito de investigar sobre algunas cantidades, distintas de las tratadas en el punto anterior, examinaremos la información que éstas contienen.

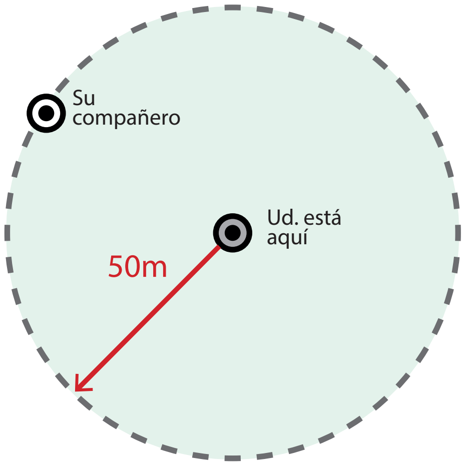


Figura 1.3. Área de búsqueda de su compañero

Cualquiera sea la posición en la cual usted se encuentra en este momento, suponga que sabe que su compañero de estudios se alejó de su posición una distancia igual a 50m. ¿Cómo haría para encontrarlo? ¿Podría encontrarlo?

Coincidamos en que tendría que perder un poco de tiempo en su búsqueda, dado que la información que posee parece incompleta. Tendría que buscar sobre el perímetro de un círculo de radio igual a 50m, con centro en la posición que usted ocupa. A pesar de disponer de un número y una unidad (50m) usted reduciría notoriamente su búsqueda si conociera, por ejemplo, la dirección en la cual se desplazó su compañero (norte sur por ejemplo) y el sentido.

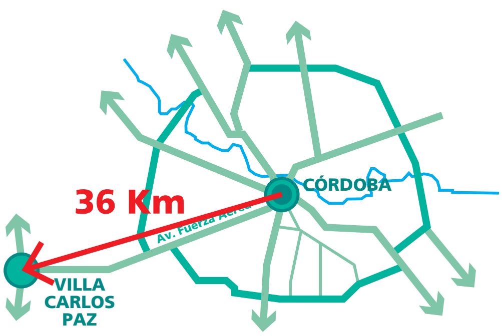


Figura 1.4. Desplazamiento entre Córdoba y Villa Caros Paz

Suponga ahora que manejando un automóvil usted se desplaza desde Córdoba hacia Carlos Paz. La distancia aproximada que recorre es de 36km. La figura muestra su desplazamiento que para simplificar se ha considerado rectilíneo. Cuando informe acerca de su cambio de posición, deberá dar información sobre el valor, módulo o cantidad asociada a su desplazamiento (36km), sobre la dirección en la cual se ha producido (este oeste en este caso), y el sentido en el cual se ha producido (hacia el oeste). Sólo así quedará perfectamente definido su desplazamiento y, a partir de la posición que ocupaba inicialmente, también quedará determinada biunívocamente su posición final.

Las cantidades que necesitan para estar totalmente definidas de un valor con su unidad, una dirección y un sentido, se denominan **cantidades vectoriales**. Las magnitudes correspondientes a estas cantidades, son **magnitudes vectoriales**. Además de los desplazamientos, también son magnitudes vectoriales la velocidad, la fuerza, la aceleración, el campo magnético, etc. Suponemos que usted ha sido instruido sobre estos conceptos en la escuela media.

Las tres características que necesitan las cantidades vectoriales para estar totalmente definidas, pueden proporcionarse al mismo tiempo si representamos por ejemplo al desplazamiento con una flecha (vector). Su longitud, de acuerdo a la escala a la cual fue dibujado, representa el valor del desplazamiento; la recta de acción sobre la cual se apoya el vector, representa la dirección del desplazamiento; y finalmente la punta de la flecha indica el sentido del desplazamiento. Su símbolo es $\vec{d}$. El símbolo del valor del vector puede se d o $|\vec{d}\,|$.

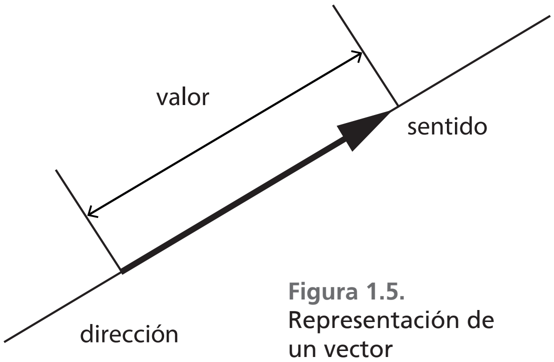


Figura 1.5. Representación de un vector

La información relacionada con la dirección y el sentido de una cantidad vectorial, también puede proporcionarse especificando el ángulo que forma el vector con un eje de un sistema de coordenadas, o con otro vector que se toma como referencia. La figura muestra un ejemplo. Puede tomarse cualquier eje como referencia, y los ángulos pueden tomarse con signo "positivo" (desplazamiento angular antihorario) o "negativo" (desplazamiento angular horario).

$$\alpha_d = (\vec{d}\,,\ \vec{x}\,) = 38°$$

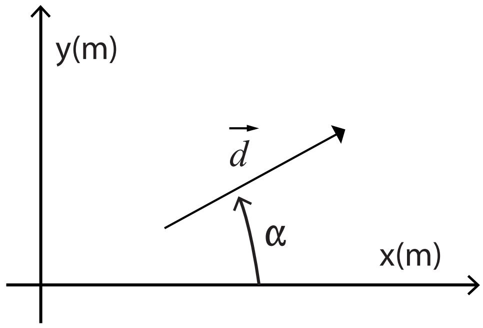


Figura 1.6. Un vector representado en un sistema de ejes cartesianos

8.4 ¿Cómo dibujar un vector a escala?

Sean los tres desplazamientos cuyos módulos y ángulos se indican.

d_1 = 10km	α_1 = 70°
d_2 = 15km	α_2 = 120°
d_3 = 8km	α_1 = 30°

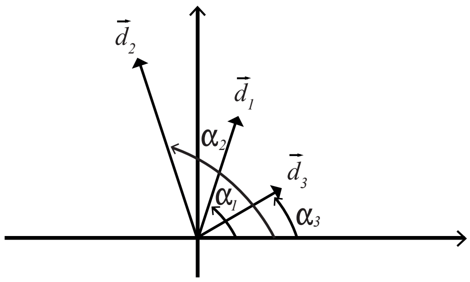


Figura 1.7. Representación de los desplazamientos a escala

Lo primero que debemos hacer es elegir una escala de desplazamientos E_d adecuada. Una escala adecuada es aquella que nos permite dibujar vectores no muy pequeños (que no pueda dibujarlos; por ejemplo menores a 1cm) y no tan grandes, como para que no alcance la hoja en la cual trabajamos para dibujarlos. Para los valores de desplazamiento dados, una escala adecuada puede ser:

E_d = 5km/cm
(a cada cm del dibujo le corresponden 5km)
Las longitudes de cada uno
de los vectores a dibujar se calculan

$$l_1 = \frac{d_1}{E_d} = \frac{10}{5} = 2cm$$

$$l_2 = \frac{d_2}{E_d} = \frac{15}{5} = 3cm$$

$$l_3 = \frac{d_3}{E_d} = \frac{8}{5} = 1{,}6cm$$

Con las longitudes calculadas, y un transportador para medir los ángulos hemos realizado la figura.

8.5 ¿Cómo extraer información de un dibujo hecho a escala?

Cuando tenemos una representación gráfica (vectorial) a escala, y queremos conocer el valor de la cantidad representada en forma de vector, actuamos de la siguiente manera: medimos el ángulo que forma el vector con algún eje o con otro vector y luego medimos el largo del vector (l), para finalmente realizar la siguiente operación

$$v = l\, ER_v$$

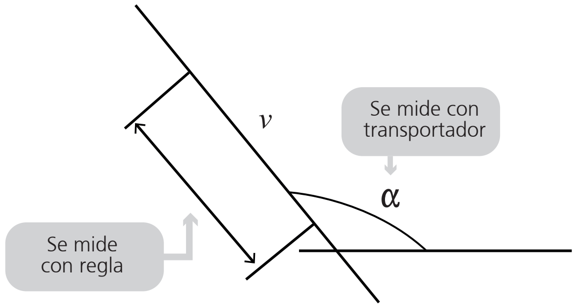


Figura 1.8. ¿Cómo extraer información de un dibujo hecho a escala?

donde "v" es la cantidad que se desea conocer (una velocidad en este caso), "l" es el largo medido con una regla para el vector, y finalmente "E_v" es la escala de velocidades con la cual se realizó el dibujo.

9. COMPOSICIÓN Y DESCOMPOSICIÓN DE VECTORES

9.1. Suma algebraica de vectores

9.1.1. Gráficamente

Dados los vectores $\vec{F}_1$ ($F_1=100N$; $\alpha_1=10°$) y $\vec{F}_2$ ($F_2 = 200N$; $\alpha_2=130°$), que en este caso consideramos vectores fuerza, se desea encontrar la suma $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Se elige una escala adecuada y se dibujan en un diagrama auxiliar los vectores $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$. Luego se construye el paralelogramo que muestra la figura, trazando por el extremo del vector $\vec{F}_1$ una recta paralela a la dirección del vector $\vec{F}_2$, y por el extremo del vector $\vec{F}_2$ una recta paralela a la dirección del vector $\vec{F}_1$. La diagonal del paralelogramo representa al resultado de sumar $\vec{F}_1$ con $\vec{F}_2$. En este caso una escala adecuada puede ser $E_d=50N/cm$, lo que da un largo de $2cm$ para $\vec{F}_1$ y $4cm$ para $\vec{F}_2$.

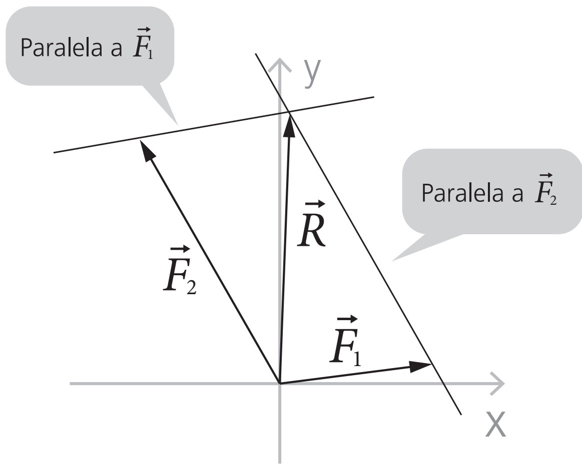


Figura 1.9. Método gráfico para sumar vectores

En el caso de que se deban sumar más de dos vectores, se suman dos y luego al resultado se le suma un tercer vector, continuando así hasta terminar con todos los términos de la suma vectorial. También puede usarse, fundamentalmente cuando se suman más de dos vectores, el método de la poligonal. **DEJAMOS AL ALUMNO QUE INVESTIGUE ACERCA DE CÓMO SE TRABAJA CON ESE MÉTODO**.

En el caso de una resta de vectores, la resta se transforma en una suma cambiando el sentido del término vectorial que se debe restar. Es decir

$$\vec{R} = \vec{F}_1 - \vec{F}_2$$

(al vector $\vec{F}_1$ debemos restar el vector $\vec{F}_2$)

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + (-\vec{F}_2)$$

(al vector $\vec{F}_1$ le sumamos el vector $-\vec{F}_2$)

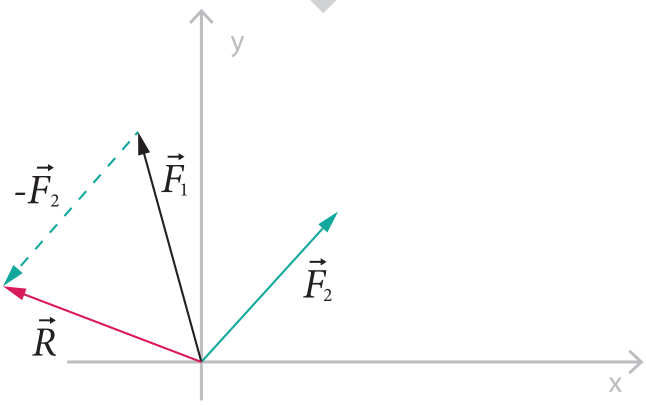


Figura 1.10. Resta de vectores.

9.1.2 Método de las proyecciones (componentes ortogonales)

La figura muestra las proyecciones $\vec{F}_x$ y $\vec{F}_y$, de un vector $\vec{F}$ sobre un sistema de coordenadas. Dado que ambas proyecciones tienen definida la dirección (la de los ejes correspondientes), pueden

$$F_x = F \cos \alpha$$

$$F_y = F \text{ sen } \alpha$$

tratarse como escalares en los cuales el sentido del vector queda definido por el signo del escalar. Naturalmente la dirección de cada componente es la del eje de coordenadas correspondiente.

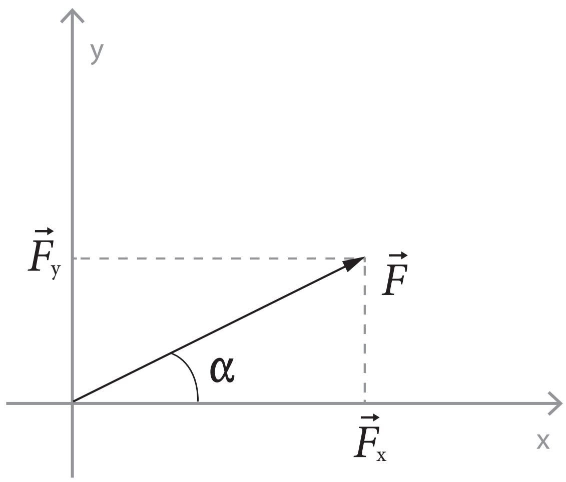


Figura 1.11. Proyección de un vector sobre los ejes.

IMPORTANTE: si tomamos para "α", ángulo que forma el vector con el eje "+" de las "x", haciendo los cálculos indicados se obtiene la componente con su signo.

Entonces, dado un conjunto de vectores fuerza ($\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ y $\vec{F}_3$), para calcular su suma ($\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$) el primer paso es calcular las componentes "x" e "y" de cada uno de los vectores

que componen el sistema. Luego, para calcular el resultado $\vec{R}$ (suma de todos los vectores), primero se calculan las componentes R_x y R_y del mismo, de la siguiente manera:

CADA UNA DE LAS COMPONENTES (R_x y R_y) DE LA SUMA ALGEBRAICA DE UN SISTEMA DE VECTORES, ES IGUAL A LA SUMA ALGEBRAICA (CON SU SIGNO) DE LAS COMPONENTES DE LOS DIVERSOS VECTORES QUE COMPONEN EL SISTEMA

Un ejemplo genérico que ilustra sobre cómo proceder. Dados los vectores $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ y $\vec{F}_3$, calcular $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$.

Primero calculamos las componentes de cada uno de los vectores

$F_{x1} = F_1 \cos \alpha_1$
$F_{y1} = F_1 \operatorname{sen} \alpha_1$

$F_{x2} = F_2 \cos \alpha_2$
$F_{y2} = F_2 \operatorname{sen} \alpha_2$

$F_{x3} = F_3 \cos \alpha_3$
$F_{y3} = F_3 \operatorname{sen} \alpha_3$

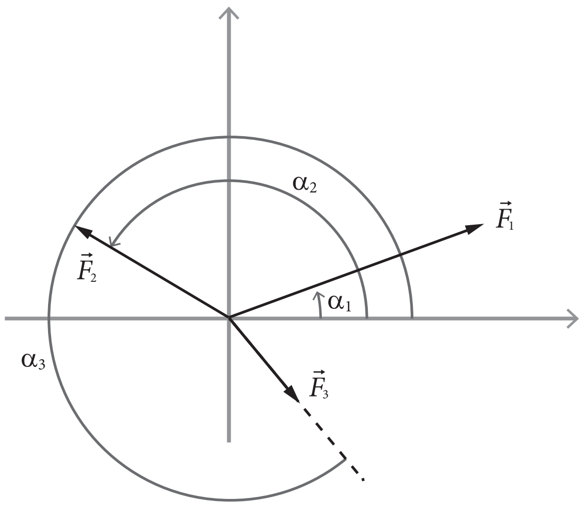


Figura 1.12. Ubicación de varios vectores en un sistema de ejes

Luego, calculamos las componentes de $\vec{R}$ del siguiente modo

$R_x = F_{x1} + F_{x2} + F_{x3}$

$R_y = F_{y1} + F_{y2} + F_{y3}$

Finalmente, obtenemos el módulo de $\vec{R}$ y el ángulo que forma con el eje de las "x", realizando las siguientes operaciones, que se deducen de la figura.

$$R = \sqrt{R_x^{\,2} + R_y^{\,2}}$$

$$\alpha_R = \operatorname{arc} tg \frac{R_y}{R_x}$$

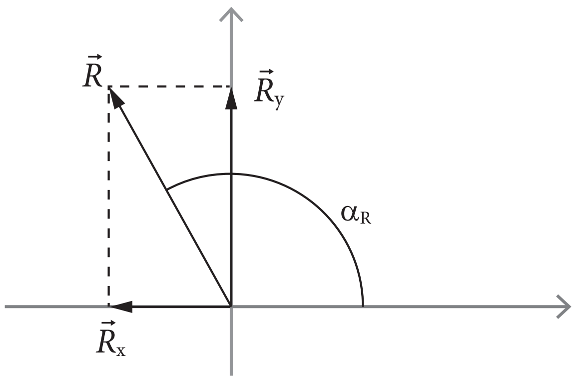


Figura 1.13. Resultante de la suma de vectores y sus componentes

EJEMPLOS

1. Un topógrafo desea medir la distancia desde un punto *B* a otro *A* situado en la orilla opuesta de un río, como muestra la figura. Para ello mide con una cinta métrica la línea base *BC* y los ángulos α y β con un teodolito. Suponga que obtiene para *BC* un valor de *13m*.

1.1. Elija una escala adecuada y repita el dibujo a escala en su hoja.

Solución: elegimos la escala

$$E_d = \frac{5m}{1cm} = 5\frac{m}{cm}$$

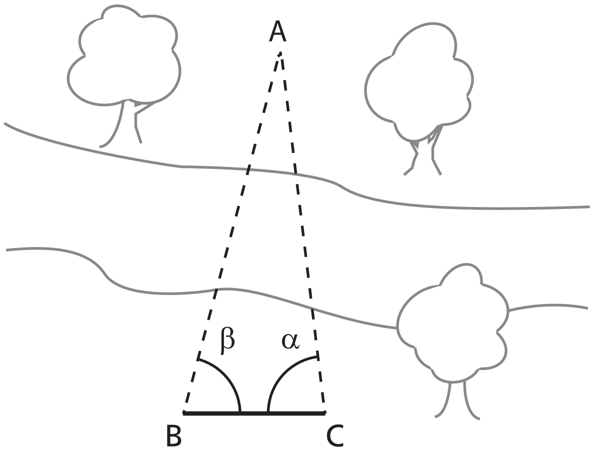


Figura 1.14. Esquema de la situación planteada

En consecuencia, el tramo BC se dibuja del siguiente tamaño

$$l_{BC} = \frac{13}{5} = 2{,}6cm$$

1.2. Considere para los ángulos los siguientes valores

$$\alpha = 83°$$
$$\beta = 75°$$

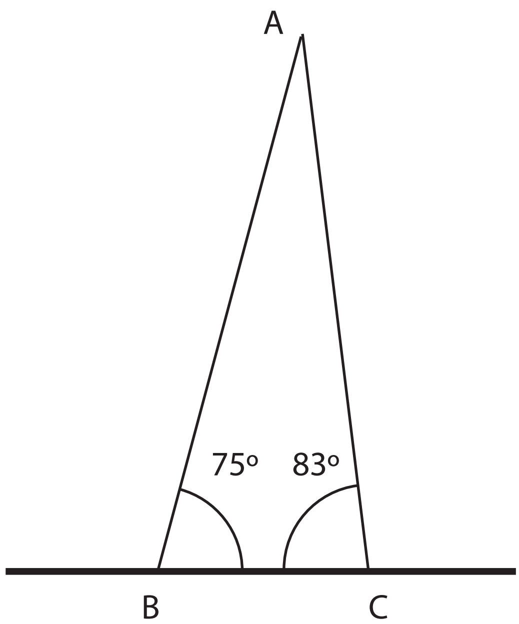


Figura 1.15. Construcción del triángulo

y construya el triángulo.

Solución: Trazamos con cuidado las rectas a 83° y 75°, que muestra el dibujo de la página anterior.

1.3 Determine la distancia d_{AB}.

$$d_{AB} = l_{AB} \ x \ E_d = 6{,}8cm \ x \ 5m/cm$$
$$d_{AB} = 34cm$$

Solución: Medimos con una regla la distancia entre los puntos A y B (l_{AB}) en el dibujo, y luego la multiplicamos por la escala E_d

2. Un hombre camina tres kilómetros hacia el norte, y después, tras girar 60° en sentido horario, camina otros cuatro kilómetros.

2.1. En un sistema de ejes coordenados (x,y), eligiendo una escala adecuada para el mismo, y tomando la dirección norte coincidente con el eje "y" positivo, dibuje la situación planteada.

Solución: Tomamos una escala tal, que cada km se representa en el dibujo por "1cm".

$$E_d = \frac{1km}{1cm} = 1\frac{km}{cm}$$

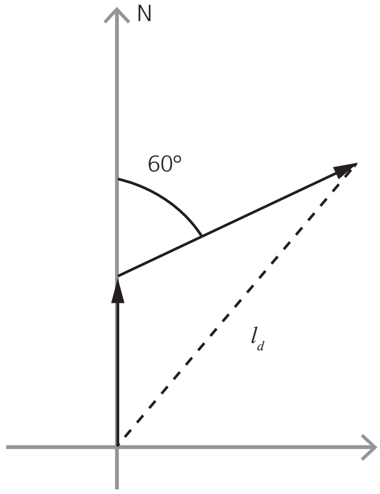


Figura 1.16. Dibujo de la situación planteada

La graduación que se ha realizado en los ejes, respeta la escala elegida.

2.2. Calcule en forma gráfica (extrayendo datos de la construcción gráfica) el valor de la distancia en línea recta entre el comienzo y el final del paseo, que llamamos *d*.

Solución: Medimos la distancia l_d indicada en el dibujo, y luego la multiplicamos por la escala para conocer su valor real.

$$\begin{aligned} A_x &= A\ cos\ \alpha = 3\ cos\ 90° = 0{,}00km \\ A_y &= A\ sen\ \alpha = 3\ sen\ 90° = 3{,}00km \\ B_x &= B\ cos\ \beta = 4\ cos\ 30° = 3{,}46km \\ B_y &= B\ sen\ \beta = 4\ sen\ 30° = 2{,}00km \end{aligned}$$

2.3. Determine en forma analítica (método de las proyecciones), el valor de *d*.

Solución: Para resolver este problema de sumar desplazamientos (que son vectores), y para utilizar el método de las proyecciones, en primer lugar tenemos que descomponer cada uno de los vectores en sus componentes "x" e "y".

Luego para obtener la componente "x" de la resultante, sumamos todas las componentes "x", y lo mismo hacemos para la componente "y".

$$\begin{aligned} R_x &= A_x + B_x = 0{,}00 + 3{,}46 = 3{,}46km \\ R_y &= A_y + B_y = 3{,}00 + 2{,}00 = 5{,}00km \end{aligned}$$

Finalmente para calcular el módulo de "R", y como son componentes en cuadratura (están a 90° una de otra), aplicamos el Teorema de Pitágoras

$$R = \sqrt{R_x^{\,2} + R_y^{\,2}}$$

$$R = \sqrt{3{,}46^2 + 5{,}00^2} = 6{,}08km$$

10. ALGUNAS IDEAS SOBRE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La resolución de problemas constituye una actividad central en la enseñanza de Física. No sólo es una actividad relevante en la etapa de la instrucción, sino que forma parte de uno de los instrumentos más utilizados por los profesores para acreditar el aprendizaje de los alumnos, tanto en el nivel medio como en el nivel universitario de enseñanza.

Por su parte, esta tarea no parece fácil para los alumnos, si esa facilidad se mide según la relación entre el esfuerzo puesto en su aprendizaje y los resultados obtenidos. Este contraste entre el uso masivo de esta actividad por parte de los docentes y el relativo fracaso por parte de los alumnos, genera un problema educativo.

Este problema ha sido y es actualmente estudiado por parte de una comunidad científica dedicada a la investigación del aprendizaje y de la enseñanza de la Física. Como en cualquier ámbito de investigación, hay mas preguntas que respuestas, y estas últimas están acotadas a las posibilidades teóricas y empíricas del estado de conocimiento actual en ese dominio.

Sin embargo, hoy se dispone de algunos resultados de esa investigación que son útiles para abordar la enseñanza y el aprendizaje de la resolución de problemas en Física. De hecho, existen algunos datos que sugieren un conjunto de “comportamientos deseables” durante la resolución, cuya práctica aumenta la probabilidad de éxito en esa tarea. Con el objetivo de favorecer el aprendizaje de la resolución de problemas en Física, listamos a continuación algunos de estos comportamientos.

10.1. Intentar comprender la situación que se describe en el enunciado

Este estadio resulta crucial para un proceso exitoso de resolución y constituye una de las deficiencias más comunes entre los alumnos al abordar un problema. El estudiante puede pensar que se trata de una pérdida de tiempo, pero algunos resultados de investigación muestran que se trata de una “inversión” sumamente redituable. Esta comprensión puede lograrse a partir de metas más pequeñas como las que siguen:

a) Dibujar la situación

Se trata de identificar los elementos (objetos como un móvil, una cuerda, etc. y entidades abstractas como velocidad, fuerza, etc.) nombrados en el enunciado y las relaciones entre ellos, para luego hacer alguna representación gráfica (esquema o dibujo) que los contenga. Mientras más elementos y relaciones estén presentes en esa representación gráfica, mejor será la comprensión de la situación. Esta representación gráfica puede adoptar diferentes formas, dependiendo del espectro de representaciones ya conocidas por los estudiantes y de las enseñadas en clase por el docente (dibujos concretos, gráficos cartesianos, histogramas, diagramas de fuerzas, etc.). Es posible que sea útil realizar más de una representación para visualizar distintos aspectos del mismo problema que no pueden ser contenidos en su totalidad en una sola representación.

b) Deducir información nueva a partir de la que está de manera explícita en el enunciado

Consiste en extraer información del enunciado que no se ha dicho explícitamente. Para extraer esa información es necesario hacer algunas deducciones utilizando conjuntamente la información explícita (que esta expresada en el enunciado), con lo que ya se sabe acerca de ciertos conceptos físicos y/o cotidianos. Por ejemplo, si un enunciado de un problema dice que un automóvil viaja en línea recta y con velocidad uniforme, se puede deducir a partir de algunos conceptos fundamentales de cinemática, que los vectores posición y velocidad no cambian de dirección y que el módulo del vector velocidad es constante, por lo que la aceleración de ese movimiento es cero. Esta información resulta esencial para aumentar la comprensión de la situación que se plantea, y por lo tanto para aumentar las probabilidades de un proceso exitoso de solución. Esta nueva información puede servir para completar y/o modificar la representación gráfica construida en primer lugar.

c) Pensar otras maneras de dibujar (representar) la situación que pudieran ser más convenientes.

Es posible que la representación gráfica elegida en primer lugar no sea la más conveniente porque no sea posible representar en ella algunos elementos o algunas relaciones relevantes que están presentes en el enunciado. Buscar representaciones alternativas es una estrategia altamente eficiente para abordar problemas. Por ejemplo, una representación alternativa a un dibujo de un móvil sobre una carretera rectilínea, es un gráfico cartesiano representando la posición de ese móvil en función del tiempo, o la velocidad del móvil en función del tiempo. Por cierto, muchas veces tal cambio de representación requiere de un esfuerzo extra por parte del alumno principiante. La mayoría de las veces cambiar de representación involucra un aprendizaje que no es trivial, por lo que sería conveniente prestarle especial atención dada la importancia que esta estrategia tiene para un proceso exitoso de solución.

10.2. Planificar la solución

Esta planificación consiste en elaborar un plan de acción a seguir. Este estadio se concreta con la situación del problema en mente y a partir de ciertas estrategias como:

a) Recuperar conceptos, leyes o principios físicos que pudieran servir para abordar el problema

Es necesario recurrir a la teoría para hacer una correspondencia entre la situación planteada y los conceptos o leyes físicas que pudieran orientar la solución del problema. Situaciones similares previamente resueltas actúan como importantes vehículos de recuperación de conceptos y leyes físicas.

b) Formalizar matemáticamente el problema

Analizar la viabilidad de formalizar el problema a partir de distintos principios o leyes posibles. En este estadio resulta esencial estudiar las condiciones de aplicación de tales leyes o principios (¿se conserva la energía mecánica en *este* problema?, Si es así, entonces puedo plantear la igualdad entre las energías en dos momentos cualesquiera, ¿Es cero la aceleración de *este* móvil?, Si es así entonces puedo calcular su velocidad con dos posiciones cualquiera y sus respectivos tiempos, etc.).

c) Predecir resultados en términos de la situación y su formalización matemática

Significa anticipar resultados cualitativos a partir de la formalización del problema, estableciendo relaciones de orden (mayor, menor o igual) entre ciertas magnitudes físicas. Para que esta estimación previa sea exitosa, la representación gráfica debería ser lo más clara y completa posible (10.1.a,10. 1.b, y 10.1.c). Por ejemplo, anticipar que la velocidad a calcular será mayor o menor que la velocidad inicial, o anticipar que la energía mecánica en un instante deberá ser menor, mayor o igual que la energía mecánica en otro instante, antes de hacer el cálculo explícitamente. Esto posibilita, como veremos mas adelante, contar con alguna herramienta para controlar los resultados que se obtengan.

10.3. Ejecutar el plan

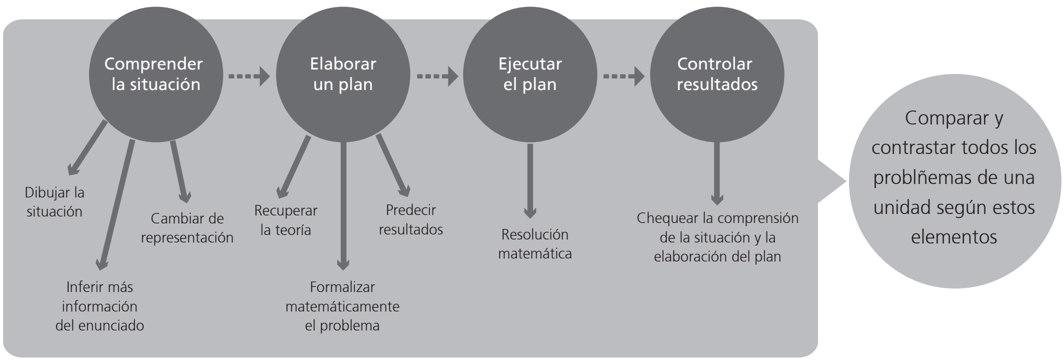
Consiste en efectuar procedimientos matemáticos necesarios para el cálculo de alguna cantidad a partir de la formalización matemática antes planteada. Este es usualmente el único estadio ampliamente ejecutado por la gran mayoría de los estudiantes, y a menudo considerado como *todo* el proceso de solución. Esta concepción del proceso, aunque exitosa para algunos tipos de problemas muy triviales, falla para la gran mayoría de los problemas involucrados en la enseñanza universitaria de la Física.

10.4. Controlar resultados

El control se hace básicamente a partir de la comparación entre las predicciones cualitativas elaboradas a partir de la formalización del problema (ítem 2.c) y los resultados numéricos obtenidos a partir de la ejecución del plan. En caso de no existir acuerdo entre ambos resultados, se procederá a controlar el plan de acción y, eventualmente, a revisar la comprensión de la situación planteada en el enunciado. La presencia de estos dos estadios (elaboración del plan y comprensión de la situación) es lo que posibilita controlar los resultados.

10.5. Comparar y contrastar problemas

Esta estrategia puede emplearse al terminar una guía de problemas referidos a una unidad temática, y consiste en buscar similitudes y diferencias entre los problemas resueltos. Para lograr un aprendizaje significativo de los problemas resueltos, estas diferencias y similitudes debieran agruparse según las características de las situaciones presentadas, según los conceptos, principios o leyes involucradas para resolver cada problema, y según los procedimientos (o formalización matemática) utilizados en cada caso. Un análisis de la guía completa puede lograrse preguntándonos en que se parecen y en que se diferencian todos los problemas resueltos en los tres aspectos antes nombrados: situaciones, conceptos y procedimientos. Esta actividad resulta sumamente fructífera porque nos permite "construir" una base de datos o un catálogo de problemas que van a constituir nuestro conocimiento para enfrentarnos a futuros problemas referidos a esa temática. El esquema que se presenta intenta sintetizar las ideas anteriores



Esquema 1.2

Hemos expresado al comienzo de esta sección, que la presencia de estas estrategias aumenta la probabilidad de éxito para resolver un problema de Física. Sin embargo, no se trata de una lista rigurosa y exhaustiva, sino de un listado general que puede orientar el proceso de resolución con ligeras variaciones de un problema a otro. En primer lugar, estas variaciones ocurren debido a la variación en los contenidos de la Física. Es posible que cierto conjunto de estrategias sean más significativas para resolver problemas de dinámica o cinemática, y otro conjunto sea más apropiado para resolver problemas de circuitos eléctricos, de termodinámica, o de electromagnetismo. En segundo lugar, es probable que dentro de cada tópico de Física, también existan diferencias entre problemas, donde ciertas estrategias resulten más relevantes que otras para su resolución. Por esta razón se presentarán problemas resueltos a lo largo de los distintos tópicos de Física, haciendo explícito el uso de las estrategias antes discutidas.

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Utilizando la tabla anterior y los conocimientos adquiridos, convertir cada una de las siguientes cantidades como se indica. Dar ejemplos de magnitudes a las que se podría estar haciendo referencia, por ejemplo 120 N, podría referirse a la fuerza de roce o al Peso de un cuerpo o a la Fuerza Resultante de un sistema de fuerzas:

a) 125 kgf a N	j) 3,2 **J** a **kgm**	s) 12,5 **J** a **kgm**
b) 15.000.000 **dina** a **kgf**	k) 200.000 **mm** a **m**	t) 1.550.000 **erg** a **kgm**
c) 3,5 **N** a **dina**	l) 22 **N** a **kgf**	u) 1000 **utm*m²/s²** a **J**
d) 350 **dam** a **km**	m) 0,3 **tn** a **kg**	v) 5.10^{10} **erg** a **utm*m²/s²**
e) 800.000 **cg** a **kg**	n) 65.000 **dg** a **kg**	w) 2.250 **cm/s** a **m/s**
f) 450 **cm/s²** a **m/s²**	o) 0,055 **hm** a **m**	x) 0,0525 **m/s** a **cm/s**
g) 550.000 **erg** a **J**	p) 7.200 **kgf** a **gf**	y) 0,5 **utm** a **g**
h) 1,5 **kgf** a **dina**	q) 0,0017 **J** a **erg**	z) 2.250 **g** a **utm**
i) 4.850.000 **gf** a **N**	r) 100 **kgm** a **J**	

2. Representar gráficamente y expresar su valor como la descomposición en los ejes coordenados de los siguientes vectores:

a) $\vec{p}=(13;65°)$ b) $\vec{f}=(8;145°)$ c) $\vec{k}=(5;260°)$ d) $\vec{g}=(3;330°)$

3. Representar gráficamente y calcular el valor del vector resultante de las siguientes operaciones con vectores:

$\vec{r} = (10;25°)$ $\vec{s} = (15;70°)$ $\vec{t} = (6;140°)$ $\vec{u} = (4;220°)$ $\vec{z} = (9;340°)$

a) $\vec{r}+\vec{t}-\vec{z}$ b) $\vec{s}+\vec{u}-\vec{r}$ c) $\vec{t}-\vec{s}+\vec{z}-\vec{u}$ d) $\vec{z}+\vec{s}-\vec{u}+\vec{t}$ e) $\vec{u}+\vec{t}-\vec{r}-\vec{s}$

RESPUESTAS:

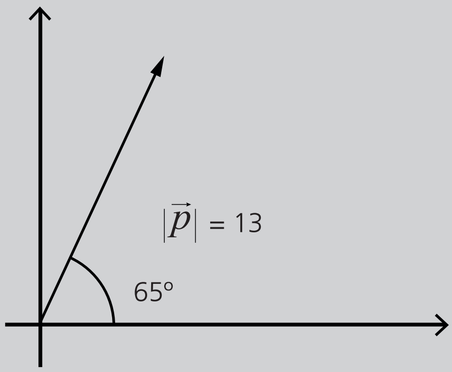
1.

a) 1225 N
b) 15,3 Kgf
c) 350.000 dinas
d) 3,5 Km
e) 8 Kg
f) 4,5 m/s^2
g) 0,055 J
h) 1.470.000 dinas
i) 47578.5 N
j) 0,3265 Kgm
k) 200 m
l) 2,24 Kgf
m) 300 Kg
n) 6,5 Kg
o) 5,5 m
p) 7.200.000 gf
q) 17.000 erg
r) 980 J
s) 1,275 Kgm
t) 0,016 Kgm
u) 9800 J
v) 510,2 $UTM.m^2/s^2$
w) 22,5 m/s
x) 5,25 cm/s
y) 4900 g

2.a

$p_x = |\vec{p}|.\cos\alpha = 13.\cos 65° = 5{,}49$

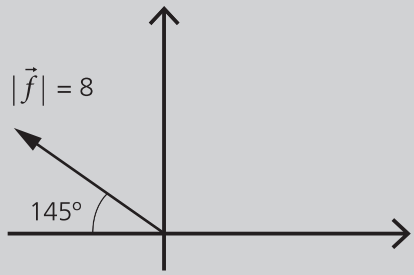
$p_y = |\vec{p}|.sen\alpha = 13.sen 65° = 11{,}78$



2.b

$f_x = |\vec{f}|.\cos\alpha = 8.\cos 145° = -6{,}55$

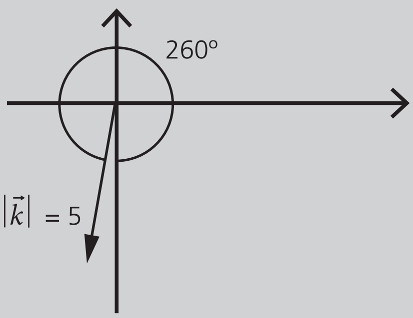
$f_y = |\vec{f}|.sen\alpha = 8.sen 145° = 4{,}59$



2.c

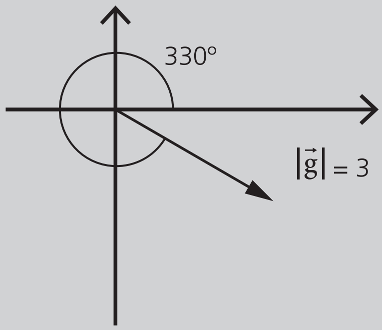
$k_x = |\vec{k}|.\cos\alpha = 5.\cos 260° = -4{,}92$

$k_y = |\vec{k}|.sen\alpha = 5.sen 260° = -0{,}87$



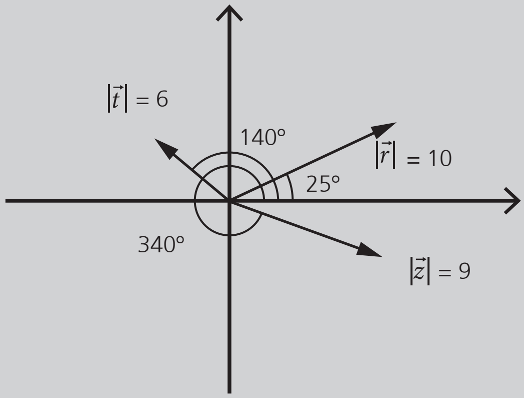
2.d

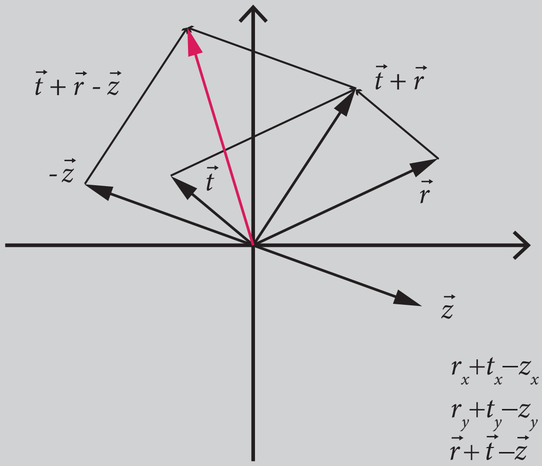
$g_x = |\vec{g}|.\cos\alpha = 3.\cos 330° = -2{,}6$



3.a

$$
\begin{aligned}
r_x &= |\vec{r}|.\cos\alpha = 10.\cos 25° = 9{,}06\\
r_y &= |\vec{r}|.sen\alpha = 10.sen 25° = 4{,}23\\
t_x &= |\vec{t}|.\cos\beta = 6.\cos 140° = -4{,}6\\
t_y &= |\vec{t}|.sen\beta = 6.sen 140° = 3{,}86\\
z_x &= |\vec{z}|.\cos\gamma = 9.\cos 340° = 8{,}46\\
z_y &= |\vec{z}|.sen\gamma = 9.\cos 340° = -3{,}08
\end{aligned}
$$

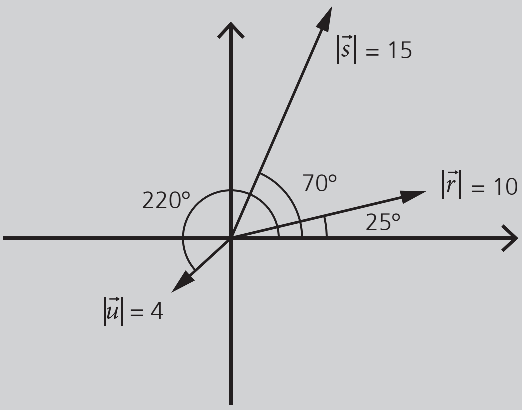


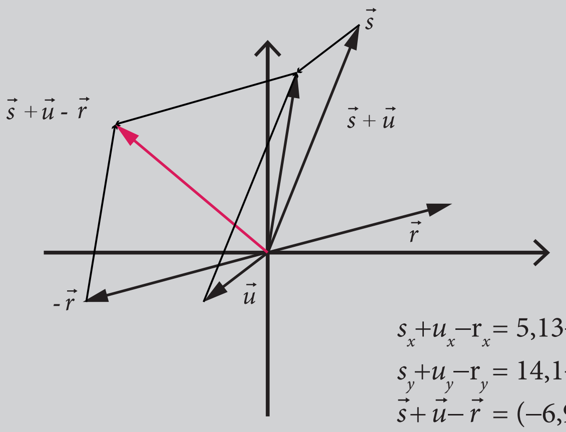


$$
\begin{aligned}
r_x+t_x-z_x &= 9{,}06+(-4{,}6)-8{,}46=-4\\
r_y+t_y-z_y &= 4{,}23+3{,}86-(-3{,}08)=11{,}17\\
\vec{r}+\vec{t}-\vec{z} &= (1{,}64;9{,}12)
\end{aligned}
$$

3.b

$$
\begin{aligned}
s_x &= |\vec{s}|.\cos\alpha = 15.\cos 70° = 5{,}13\\
s_y &= |\vec{s}|.sen\alpha = 15.sen 70° = 14{,}1\\
u_x &= |\vec{u}|.\cos\beta = 4.\cos 220° = -3{,}6\\
u_y &= |\vec{u}|.sen\beta = 4.sen 220° = -2{,}57\\
r_x &= |\vec{r}|.\cos\gamma = 10.\cos 25° = 9{,}06\\
r_y &= |\vec{r}|.sen\gamma = 10.\cos 25° = 4{,}23
\end{aligned}
$$

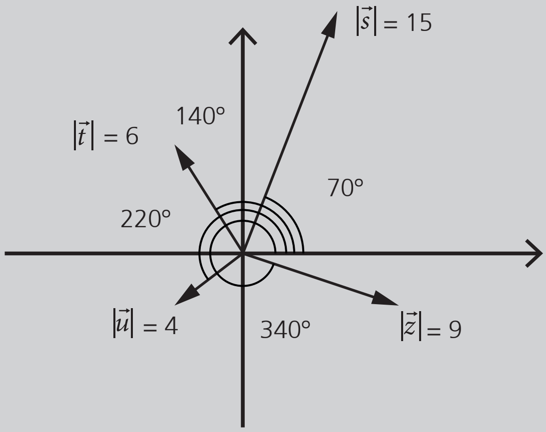


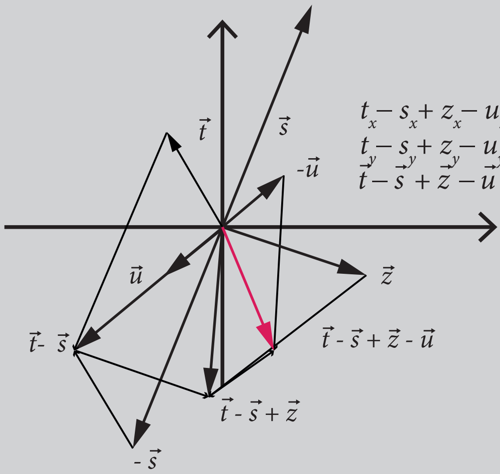


$$
\begin{aligned}
s_x+u_x-r_x &= 5{,}13+(-3{,}06)-9{,}06=-6{,}99\\
s_y+u_y-r_y &= 14{,}1+(-2{,}57)-4{,}23=7{,}3\\
\vec{s}+\vec{u}-\vec{r} &= (-6{,}99;7{,}3)
\end{aligned}
$$

3.c

$t_x = |\vec{t}|.\cos\beta = 6.\cos 140° = -4{,}6$
$t_y = |\vec{t}|.sen\beta = 6.sen140° = 3{,}86$
$s_x = |\vec{s}|.\cos\alpha = 15.\cos 70° = 5{,}13$
$s_y = |\vec{s}|.sen\alpha = 15.sen70° = 14{,}1$
$z_x = |\vec{z}|.\cos\gamma = 9.\cos 340° = 8{,}46$
$z_y = |\vec{z}|.sen\gamma = 9.\cos 340° = -3{,}08$
$u_x = |\vec{u}|.\cos\beta = 4.\cos 220° = -3{,}6$
$u_y = |\vec{u}|.sen\beta = 4.sen220° = -2{,}57$

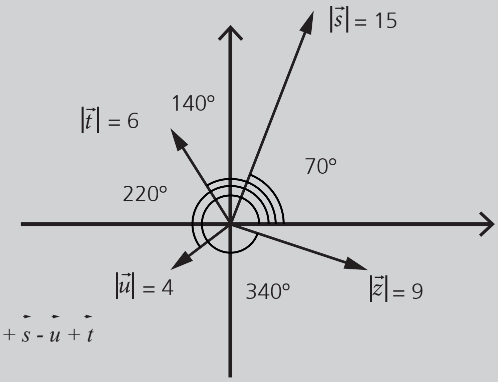


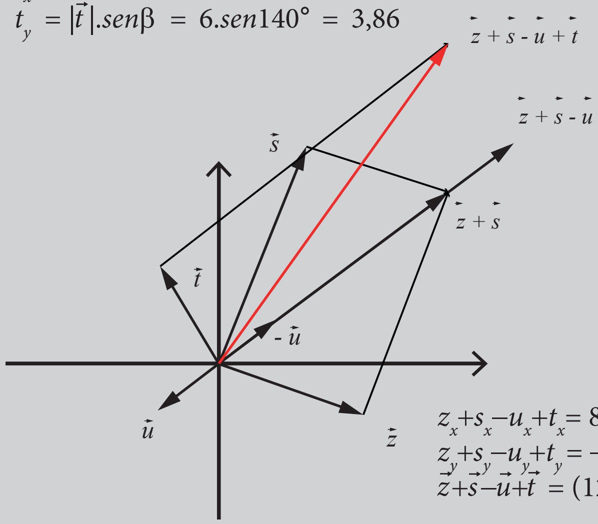


$t_x - s_x + z_x - u_x = -4{,}6-5{,}13+8{,}46-(-3{,}06)=1{,}79$
$t_y - s_y + z_y - u_y = 3{,}86-14{,}1+(-3{,}08)-(-2{,}57)= -10{,}75$
$\vec{t} - \vec{s} + \vec{z} - \vec{u} = (1{,}79;-10{,}75)$

3.d

$z_x = |\vec{z}|.\cos\gamma = 9.\cos 340° = 8{,}46$
$z_y = |\vec{z}|.sen\gamma = 9.\cos 340° = -3{,}08$
$s_x = |\vec{s}|.\cos\alpha = 15.\cos 70° = 5{,}13$
$s_y = |\vec{s}|.sen\alpha = 15.sen70° = 14{,}1$
$u_x = |\vec{u}|.\cos\beta = 4.\cos 220° = -3{,}6$
$u_y = |\vec{u}|.sen\beta = 4.sen220° = -2{,}57$
$t_x = |\vec{t}|.\cos\beta = 6.\cos 140° = -4{,}6$
$t_y = |\vec{t}|.sen\beta = 6.sen140° = 3{,}86$

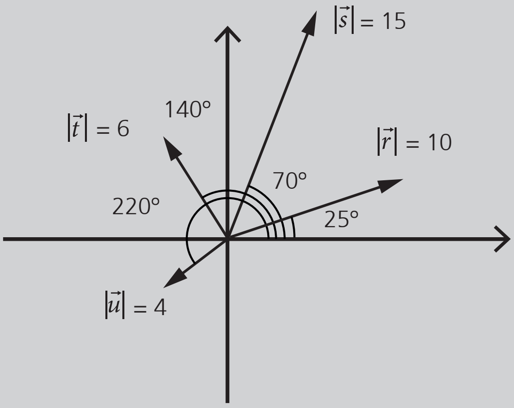


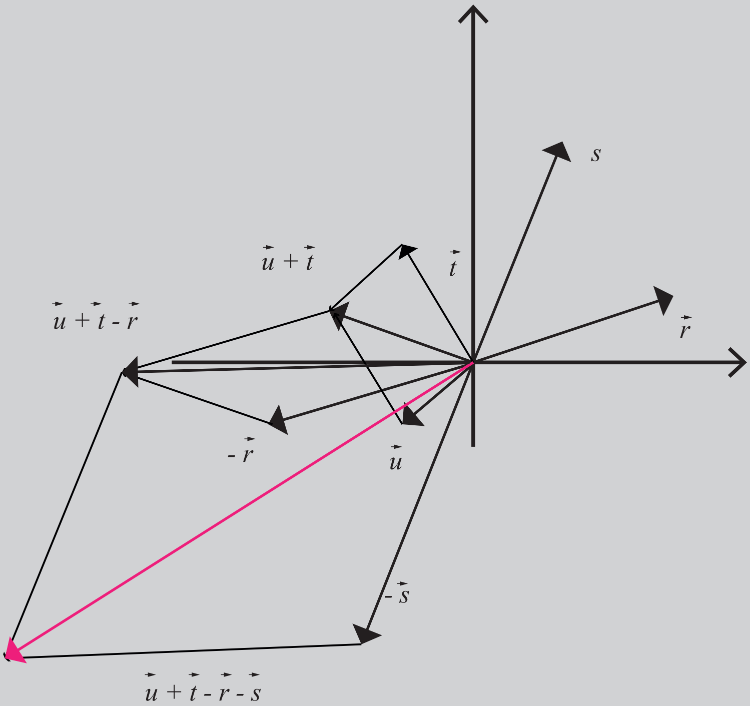


$z_x+s_x-u_x+t_x = 8{,}46+5{,}13-(-3{,}06)+(-4{,}6)=12{,}05$
$z_y+s_y-u_y+t_y = -3{,}08+14{,}1-(-2{,}57)+3{,}86 =17{,}45$
$\vec{z}+\vec{s}-\vec{u}+\vec{t} = (12{,}05;17{,}45)$

3.e

$$
\begin{aligned}
u_x &= |\vec{u}|.\cos\beta = 4.\cos 220° = -3{,}6 \\
u_y &= |\vec{u}|.sen\beta = 4.sen220° = -2{,}57 \\
t_x &= |\vec{t}|.\cos\beta = 6.\cos 140° = -4{,}6 \\
t_y &= |\vec{t}|.sen\beta = 6.sen140° = 3{,}86 \\
r_x &= |\vec{r}|.\cos\alpha = 10.\cos 25° = 9{,}06 \\
r_y &= |\vec{r}|.sen\alpha = 10.sen25° = 4{,}23 \\
s_x &= |\vec{s}|.\cos\alpha = 15.\cos 70° = 5{,}13 \\
s_y &= |\vec{s}|.sen\alpha = 15.sen70° = 14{,}1
\end{aligned}
$$



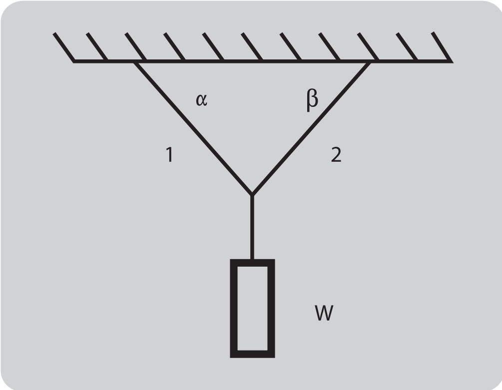


$$
\begin{aligned}
u_x+t_x-r_x-s_x &= 8{,}46+5{,}13-(-3{,}06)+(-4{,}6)=12{,}05 \\
u_y+t_y-r_y-s_y &= -3{,}08+14{,}1-(-2{,}57)+3{,}86 =17{,}45 \\
\vec{u}+\vec{t}-\vec{r}-\vec{s} &= (12{,}05;17{,}45)
\end{aligned}
$$

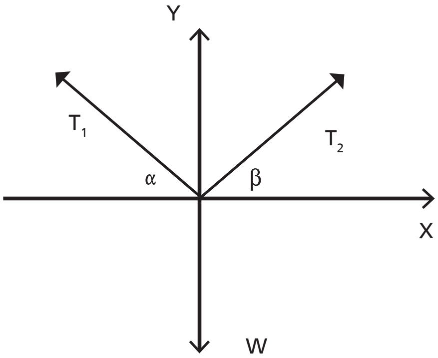
APLICACIÓN DE DESCOMPOSICION DE FUERZAS

CALCULO DE TENSIONES EN CUERDAS

Consideremos un cuerpo suspendido mediante dos cuerdas que concurren en un punto del mismo como se muestra en la figura:



El cuerpo tiene un peso W y las cuerdas que lo sostienen forman ángulos α y β con la horizontal. El objetivo es determinar las tensiones de las cuerdas *1* y *2* para que el cuerpo se mantenga en equilibrio. Como primer paso realizamos el *diagrama de cuerpo libre* del sistema anterior:



A partir del diagrama de cuerpo libre, descomponemos las tensiones T_1 y T_2 según los ejes x e y y quedan planteadas las siguientes ecuaciones:

$$\text{Equilibrio en la dirección } x\text{: } -T_1 \cos\alpha + T_2 \cos\beta = 0 \quad (1)$$

$$\text{Equilibrio en la dirección } y\text{: } T_1 \operatorname{sen}\alpha + T_2 \operatorname{sen}\beta = W \quad (2)$$

De la ecuación (1) despejamos una de las dos tensiones, por ejemplo T_2:

$$T_2 = \frac{T_1 \cos\alpha}{\cos\beta} \quad (3)$$

Llevamos la expresión (3) a (2), queda una ecuación con una incógnita que es la tensión T_1:

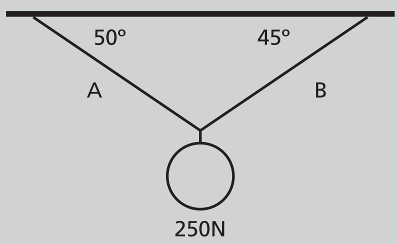
$$T_1 \operatorname{sen}\alpha + \frac{T_1 \cos\alpha}{\cos\beta} \operatorname{sen}\beta = W \quad (4)$$

Resolviendo esta ecuación se obtiene el valor de T_1:

$$T_1 = \frac{W}{(sen\,\alpha + cos\,\alpha\ .tg\ \beta)} \quad (5)$$

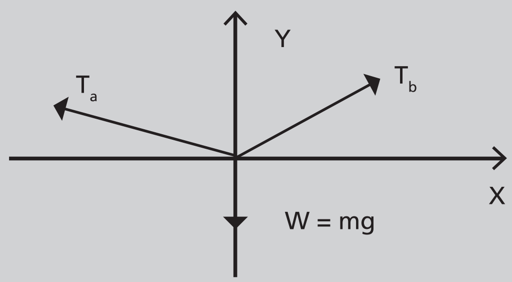
Finalmente, llevando (5) a (3) se obtiene el valor de la tensión de la cuerda T_2.

EJEMPLO: n el siguiente sistema de fuerzas concurrentes en equilibrio, determinar las tensiones de las cuerdas que mantienen suspendido a un peso para los datos que se indican.



SOLUCIÓN:

Realizamos el diagrama de cuerpo libre del sistema:



Planteamos las ecuaciones de equilibrio según los ejes x e y:

Equilibrio en la dirección x: $-T_A\,cos\,50° + T_B\,cos\,45° = 0$ (1)

Equilibrio en la dirección y: $T_A\,sen\,50° + T_B\,sen\,45° = 250\,N$ (2)

Despejamos de (1) la tensión T_B:

$$T_B = \frac{T_A\,cos\,50°}{cos\,45°} \quad (3)$$

Llevamos (3) a (2) para obtener la tensión T_A:

$$T_A\,sen\,50° + \frac{T_A\,cos\,50°}{cos\,45°}\,sen\,45° = 250\,N \quad (4)$$

$$T_A = \frac{250\,N}{(sen\,50° + cos\,50°\ .tg\,45°)} \quad (5)$$

$$T_A = 177{,}45\,N$$

Reemplazando T_A en la expresión (3), obtenemos el valor de T_B:

$$T_B = \frac{177{,}45\,N\,cos\,50°}{cos\,45°}$$

$$T_B = 161{,}30\,N$$

UNIDAD 2

EL MOVIMIENTO

1. CINEMÁTICA

La cinemática estudia los movimientos, cambios de posición de los cuerpos en relación al tiempo, sin preocuparse por las causas que lo provocan. Por ejemplo, al estudiar el movimiento de un automóvil diremos que se mueve según una determinada trayectoria, luego indicaremos las distintas posiciones que ocupa o las distancias que recorre a medida que transcurre el tiempo, finalmente daremos detalles de las distintas velocidades y aceleraciones que experimenta el vehículo, etc., pero en ningún caso trataremos de explicar las razones o causas que provocan cada uno de estos hechos.

La posición y el movimiento de un cuerpo son siempre relativos, por ello es necesario definir un sistema de referencia (ejes cartesianos ortogonales o en general un sistema de coordenadas) respecto del cual se determinarán las posiciones, y naturalmente, los movimientos de los cuerpos. El sistema de referencia a utilizar dependerá del tipo de movimiento que se intente analizar: si se trata de analizar un cuerpo que se desplaza según una trayectoria recta, bastará con un eje de coordenadas (recta graduada con un determinado sentido), que permita en cada instante conocer la posición (el lugar) en la cual se encuentra el cuerpo; si la trayectoria es curva pero plana, bastará un sistema de coordenadas con dos ejes ortogonales (perpendiculares); finalmente si se trata de analizar el movimiento de un cuerpo que describe una trayectoria en el espacio, necesitaremos de una terna de ejes coordenados ortogonales.

El cuerpo, cuyo movimiento se estudia, podrá ser ubicado (conocer su posición) dando el valor de las coordenadas que le corresponden en relación con el sistema de referencia elegido; decir que el cuerpo se mueve en relación con el sistema de coordenadas de referencia elegido equivale a expresar que el valor de sus coordenadas se modifican cuando transcurre el tiempo.

Los cuerpos cuyo movimiento estudiaremos serán considerados como puntuales (partículas), es decir que un sólo punto bastará para representarlos. Naturalmente, se trata de una aproximación a la realidad, que será tanto más válida cuanto menor sea la dimensión del cuerpo en relación con la distancia que recorre. Por ejemplo, si un automóvil de *3,2m* de longitud se desplaza *5m*, no podrá ser considerado como una partícula, pero, si el mismo automóvil recorre una distancia de *15km*, podrá ser considerado como partícula sin inconvenientes.

A continuación mostramos como puede conocerse la posición de un cuerpo cuando se identifica el valor de las coordenadas que le corresponden en relación con el sistema de referencia elegido (figuras 2.1 y 2.2). También se muestra como a un determinado cuerpo le pueden corresponder distintos valores de coordenadas según el sistema de referencia elegido (figura 2.3).

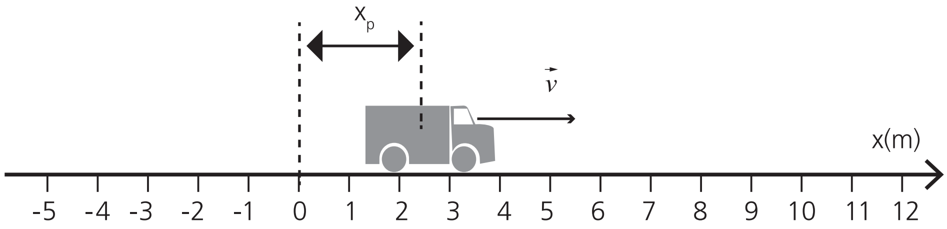


Figura 2.1. Posición de un cuerpo que se mueve según una trayectoria recta

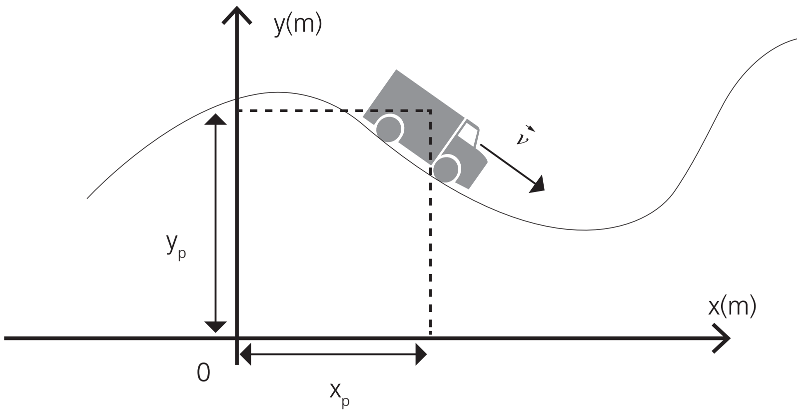


Figura 2.2. Posición de un cuerpo que se mueve según una trayectoria curva plana

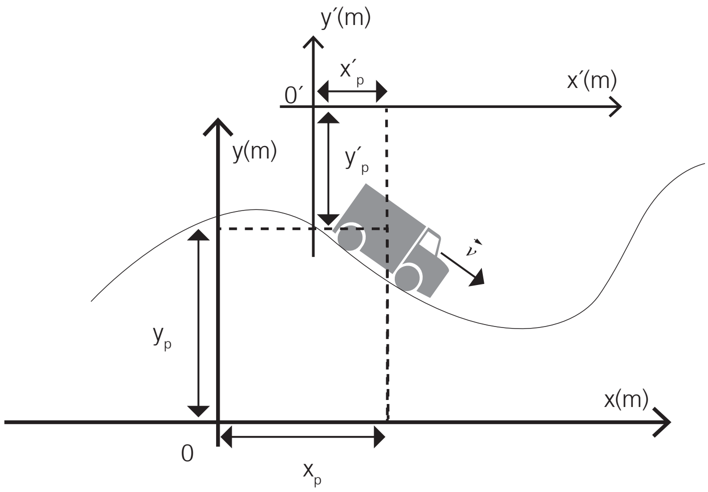


Figura 2.3. Distintas posiciones de un cuerpo en relación con distintos sistemas de coordenadas

En cinemática se utilizan conceptos (algunos ya hemos utilizado) tales como tiempo, lugar, posición, distancia, movimiento, recta, plano, etc., que suponemos usted conoce por su uso cotidiano, por tratarse de ideas primitivas, y porque supo-nemos que ha trabajado intensamente con ellas en la escuela media. Por dicho motivo, no dis-cutiremos su significado ya que el precisarlos escaparía al alcance de esta guía de estudio.

2. VECTOR POSICIÓN. TRAYECTORIA Y DESPLAZAMIENTO

Para facilitar su presentación consideraremos el caso particular de un cuerpo que se mueve en el plano. La posición de dicho cuerpo en un instante dado, punto *P*, puede determinarse con el vector posición ($\vec{r}_P$). Este se dibuja con su origen coincidiendo con el origen del sistema de coordenadas, y con su extremo en la posición del cuerpo. Figura 2.4. El vector posición queda determinado por el valor de las coordenadas (x,y), que le corresponden a su extremo. Aplicando el teorema de Pitágoras, puede calcularse el módulo del vector $\vec{r}_P$ como

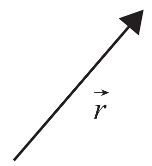


Figura 2.4. Vector posición

$$r_P = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Las figuras 2.5 y 2.6 nos muestran distintos vectores posición, que precisan sobre el lugar que ocupan cuerpos que están en movimiento y otros que están en reposo. En todos los casos, el valor de las coordenadas del vector, depende del sistema de referencia elegido para describir la situación física planteada. Despreciando la curvatura de la superficie terrestre, podemos considerar como plano el lugar en el cual se encuentran todos los cuerpos cuya posición queremos determinar; por dicho motivo, nos bastará un sistema de dos ejes coordenados para fijar la posición de cada cuerpo.

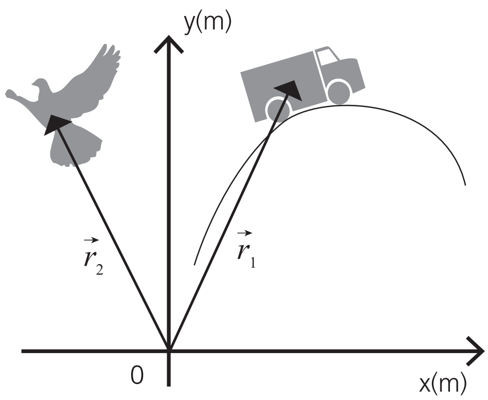


Figura 2.5. Vectores posición que precisan sobre el lugar que ocupan determinados cuerpos que están en movimiento, en un instante determinado

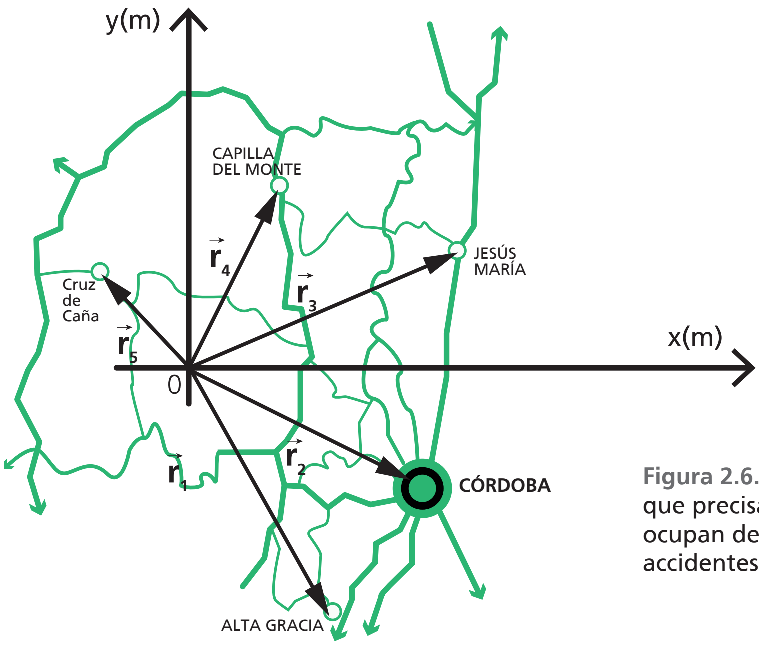


Figura 2.6. Vectores posición que precisan sobre el lugar que ocupan determinadas ciudades o accidentes geográficos

Si el cuerpo se mueve, el vector posición cambiará; por ejemplo si pasa del punto *P* al punto *Q*, el vector posición pasará de $\vec{r}_P$ a $\vec{r}_Q$. Figura 2.7.

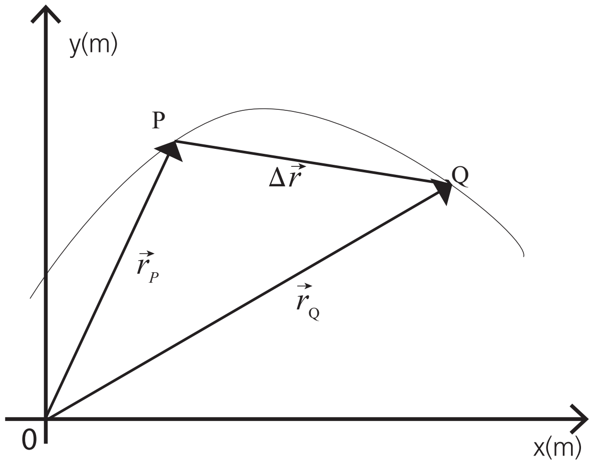


Figura 2.7. Diferencia entre trayectoria y desplazamiento

TRAYECTORIA: así se llama al lugar geométrico definido por el conjunto de los puntos del espacio que ocupa sucesivamente una partícula (cuerpo), en su movimiento desde una posición inicial P hasta una posición final Q. Cada uno de esos puntos corresponde a una "posición" del cuerpo en un instante dado.

DESPLAZAMIENTO: así se denomina a la diferencia entre la posición final Q y la posición inicial P, y se representa con un vector $\Delta\vec{r}$ con origen en P y extremo en Q. También y de acuerdo a la definición, puede considerarse a $\Delta\vec{r}$ como $\Delta\vec{r} = \vec{r}_Q - \vec{r}_P$.

3. UN POCO DE HISTORIA

Galileo Galilei nació en Pisa (Italia) en 1564. Luego de un primer acercamiento a la medicina, por voluntad de su padre y dado que se trataba de una profesión lucrativa, Galileo se dedicó al estudio de la matemática y las ciencias, siendo innumerables los aportes que realiza a la física, prácticamente hasta el final de su vida, en 1642. Desde un comienzo, cuando aún dedicado a la medicina descubre las leyes que gobiernan las oscilaciones de un péndulo y las utiliza para fabricar relojes que luego usa para medir el pulso de sus pacientes, pasando por los aportes que realiza a las ciencias en general con la propuesta de un método experimental para encontrar las leyes de la naturaleza, hoy conocido como método científico, Galileo realiza importantes contribuciones en óptica, en mecánica, y en astronomía. Sus aportes en mecánica (cinemática, estática y dinámica), sientan las bases para la formulación de las Leyes de Newton, algunas décadas después.

Una buena parte de la cinemática que usted estudie en los cursos de Física (casi toda en algunas carreras), será la que Galileo propuso a fines del siglo XVI y principios del siglo XVII. También como expresamos anteriormente, con Galileo comienzan las observaciones sistemáticas, y se plantean las bases del método científico. Hoy, este método se utiliza no sólo en la física, sino también en la química, en la biología, y en casi todas las ciencias fácticas (ciencias cuyas leyes deben ser sometidas a las evidencias experimentales).

Galileo estudió la caída de los cuerpos (caída libre y caída sobre un plano inclinado) tratando de encontrar las leyes que gobiernan dichos movimientos. En el caso de la caída de cuerpos sobre planos inclinados, grabados de la época muestran hoy a Galileo realizando experimentos con enormes planos inclinados (tablones de *4 ó 5m*) frente a los hombres más destacados de la sociedad italiana por esos años, con el propósito de convencerlos de los resultados de sus trabajos.

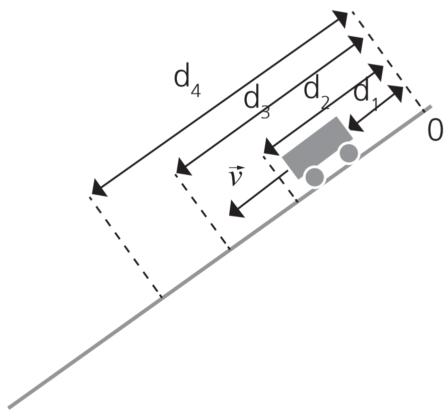


Figura 2.9. El experimento que realizó Galileo para estudiar la relación entre el espacio que recorría un cuerpo y el tiempo que tardaba en recorrerlo, en un plano inclinado.

Desplazamiento (d)	Tiempo de caída
[m]	[s]
0,5	1,0
1,0	1,4
1,5	1,7
2,0	2,0
2,5	2,2
3,0	2,4
3,5	2,6
4,0	2,8
4,5	3,0
5,0	3,1

Figura 2.9. Tabla que ilustra sobre el resultado de las mediciones de desplazamientos y tiempos empleados en recorrerlos, en un plano inclinado.

Repetiremos uno de los experimentos que realizaba Galileo, con el fin de encontrar una ley que relacione las distintas posiciones que ocupa un cuerpo con los instantes de tiempo en los cuales ello ocurre, y para mostrar con un ejemplo sobre cómo se procede cuando se utiliza el método científico.

El experimento consistía en dejar caer desde el reposo, y siempre desde el mismo punto *O*, figura 2.8, un determinado cuerpo. Luego medía el tiempo que tardaba en recorrer la distancia d_1, el tiempo que tardaba en recorrer la distancia d_2, y así continuaba midiendo los tiempos de caída para distintas distancias, para finalmente sistematizar los datos en una tabla como la que muestra la figura 2.9.

El método científico, tal como lo utilizó Galileo, consiste ahora en encontrar una relación entre los valores de la columna de la izquierda, y los valores de la columna de la derecha. Por ejemplo la relación puede ser lineal, cuadrática, etc.

Una observación rápida de los valores de la tabla, nos muestra que ambas columnas crecen cuando las recorremos de arriba hacia abajo, sin embargo no crecen del mismo modo. Pareciera que crecen más rápido (o si quiere simplemente más) los valores de la columna de la izquierda, que los de la derecha. ¿la relación que estamos buscando será una relación lineal? Es decir ¿será el desplazamiento proporcional al tiempo empleado, (analíticamente $d \propto t$)? Para ello conviene representar en un sistema de ejes coordenados (distancia, tiempo), los valores de la tabla para analizar lo que ocurre. Si no se obtiene una recta en la representación, resulta útil representar "d versus t^2", ó "d^2 versus t", ó "$(sen\ d)$ versus t", ó "d versus $(sen\ t)$", etc., hasta encontrar una representación gráfica lineal.

Si usted realiza las pruebas indicadas en el párrafo anterior, descubrirá que la representación gráfica lineal se encuentra cuando representa "d versus t^2", lo que le está indicando que la relación buscada es

"$d \propto t^2$". Cuando estudie el movimiento rectilíneo uniformemente variado, observará la relación que existe entre el desplazamiento que experimenta un cuerpo y el tiempo que emplea en producirlo, y su concordancia con este resultado experimental.

4. VELOCIDAD Y ACELERACIÓN

Si bien los conceptos de velocidad y aceleración son intuitivos, repasaremos cuidadosamente estas ideas y abordaremos las definiciones que desde la física dan precisiones sobre ambas.

La **velocidad** *(v)* de un cuerpo es la relación que existe entre el espacio que recorre y el tiempo que emplea en recorrerlo. Un cuerpo que modifica su posición a medida que transcurre el tiempo, está animado de una cierta velocidad; ésta podrá ser constante o variable, dependiendo del tipo de movimiento que se trate.

Si designamos el espacio recorrido como $\Delta\vec{r}$ y el tiempo que tarda en recorrerlo como Δt, la definición de velocidad permite escribir

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{(\vec{r}_f - \vec{r}_i)}{(t_f - t_i)}$$

donde $\vec{r}_f$ es la posición final del cuerpo que ocupa en el instante t_f y $\vec{r}_i$ es la posición inicial del cuerpo que ocupa en el instante t_i.

Si medimos el espacio (las posiciones) y el tiempo en unidades del SIMELA, encontramos que la velocidad se mide en [*m/s*]. Otra unidad muy usada para la velocidad es el [*km/h*]. Dado que *1km=1000m* y *1h=3600s*, se puede deducir que

$$1\frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{1000\text{m}}{3600\text{s}} = 0,2777...\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$1\frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{\frac{1}{1000}\text{km}}{\frac{1}{3600}\text{h}} = 3,6\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

La **aceleración** *(a)* de un cuerpo es la relación que existe entre el cambio de velocidad que experimenta y el tiempo que tarda en experimentarlo. Un cuerpo que modifica su velocidad a medida que transcurre el tiempo, está animado de una cierta aceleración; ésta podrá ser constante o variable, dependiendo del tipo de movimiento que se trate.

Si indicamos el cambio de velocidad que experimenta el cuerpo como $\Delta\vec{v}$, y el tiempo en que éste se produce como Δt, la definición de aceleración permite escribir

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\left(\vec{v}_f - \vec{v}_i\right)}{\left(t_f - t_i\right)}$$

donde $\vec{v}_f$ es la velocidad final del cuerpo en el instante t_f y $\vec{v}_i$ es la velocidad inicial del cuerpo en el instante t_i.

Si medimos las velocidades y el tiempo en unidades del SIMELA, encontramos que la aceleración se mide en [m/s^2]. Otra unidad muy usada para la aceleración es el [km/h^2]. Dado que $1km=1000m$ y $1h=3600s$, se puede deducir que

$$1\frac{\text{km}}{\text{h}^2} = \frac{1000\text{m}}{(3600\text{s})^2} = 7{,}7 \text{ x } 10^{-5}\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$1\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{\frac{1}{1000}\text{km}}{(\frac{1}{3600}\text{h})^2} = 12.960\,\frac{\text{km}}{\text{h}^2}$$

5. MOVIMIENTO RECTILÍNEO (MR)

En este caso, el cuerpo considerado como partícula cuyo movimiento nos ocupa, sólo podrá moverse en una dimensión (trayectoria rectilínea). Por comodidad elegiremos nuestro sistema de coordenadas con su eje "*x*" coincidiendo con la dirección del movimiento. La figura 2.10 ilustra sobre el movimiento rectilíneo de un cuerpo y sobre el sistema de coordenadas elegido para estudiarlo.

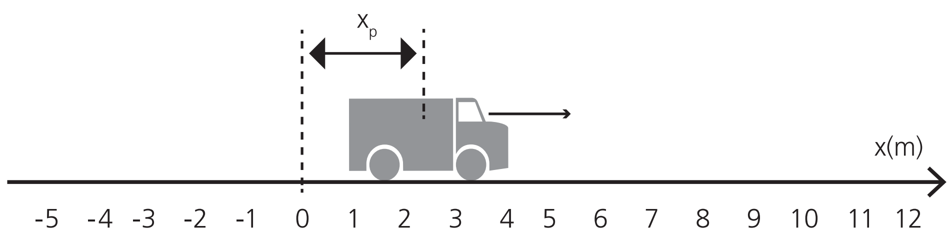


Figura 2.10. Movimiento rectilíneo de un cuerpo y sistema de coordenadas elegido para estudiarlo

Si bien el desplazamiento es una magnitud vectorial, por tratarse de una trayectoria rectilínea coincidente con el eje de las *x*, los distintos vectores posición (uno para cada instante) siempre poseerán la dirección de la trayectoria (eje "*x*"). Así pues, la posición de una partícula quedará completamente determinada por el valor correspondiente de la coordenada (un número, una unidad y un signo), y en consecuencia el espacio recorrido también quedará determinado de ese modo. La dirección del vector es la del eje *x*; el sentido lo proporciona el signo que antecede al número (si es positivo, indica un vector posición en el sentido positivo del eje, y si es negativo el sentido es el contrario); y el número, da precisiones acerca

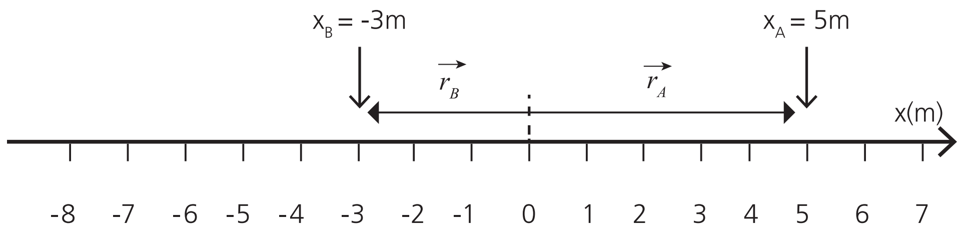


Figura 2.11. Posición de dos partículas (cuerpos A y B) que se mueven según una trayectoria rectilínea

de la distancia al origen del sistema de coordenadas. La figura 2.11 muestra sobre cómo las posiciones de los cuerpos *A* y *B*, definen los vectores posición $\vec{r}_A$ y $\vec{r}_B$, que a su vez quedan totalmente determinados por los valores de las coordenadas x_A y $x_{B.}$.

El desplazamiento o espacio recorrido $\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i$, resulta ahora $\Delta x = x_f - x_i$. Para la velocidad y la aceleración valen las expresiones

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(x_f - x_i)}{(t_f - t_i)} \qquad a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(v_f - v_i)}{(t_f - t_i)}$$

donde observamos que no resulta necesario destacar el carácter vectorial de ambas magnitudes, ya que ellas también tendrán en todos los casos la dirección del eje *x*, su sentido estará determinado por el signo, y su valor estará asociado al número con el cual las identificaremos. Tanto el valor como el signo se obtienen cuando se aplica la fórmula que define cada una de las magnitudes.

5.1. Función posición (FP) y función velocidad (FV)

Estudiar el movimiento de un cuerpo, implica en una primera aproximación conocer en cada momento su posición y su velocidad. Es decir, debemos conocer sobre cómo se modifica su posición y su velocidad, a medida que transcurre el tiempo. Las herramientas que proporciona la matemática para resolver esta necesidad de la física, son las funciones: en este caso la *función posición x(t)* nos permitirá conocer la posición del cuerpo en cada instante de tiempo; y la *función velocidad v(t)*, la velocidad en el instante de tiempo que nos interese. Estas funciones podrán presentarse en forma gráfica o en forma analítica.

Las funciones posición y velocidad no dan a primera vista ninguna posición ni velocidad, en particular. Tienen potencialmente la información de la posición y velocidad que anima el cuerpo en distintos instantes de tiempo, pero es necesario precisar sobre un determinado instante de tiempo, para que OPERANDO con las funciones, logremos los valores de la posición y velocidad que corresponden al mismo.

En **forma gráfica**, las funciones posición y velocidad están representadas en las figuras 2.12 y 2.13. Ambas dan información sobre el movimiento rectilíneo de un cuerpo. En el caso de la figura 2.12 y tal como lo expresamos en el párrafo anterior, se trata de una función posición *x(t)*, que permite conocer la posición del cuerpo en cualquier instante; por ejemplo en *t=0s* el cuerpo se encuentra en *x=5m*, en *t=1s* en *x=3,25m*, en *t=2s* en *x=2m*, en *t=3s* en *x=1,25m*, etc. También puede determinar en qué instante el cuerpo se encontrará en una determinada posición. Como ejemplo, de la representación deducimos que el cuerpo pasará por la posición *x=5m* en el instante de tiempo *t=8s*. **Para practicar, le solicitamos que complete la tabla que le presentamos incompleta en la figura 2.12**.

En el caso de la figura 2.13, se trata de una función velocidad *v(t)*, que permite conocer la velocidad del cuerpo en cualquier instante; por ejemplo en *t=0s* el cuerpo experimenta la velocidad *v=-2m/s*, en *t=1s* la *v=-1,5m/s*, en *t=2s* la *v=-1m/s*, en *t=3s* la *v=-0,5m/s*, etc. También puede determinar en qué instante el cuerpo experimentará una determinada velocidad. Como ejemplo, de la representación deducimos que tendrá una velocidad *v=2m/s* en el instante de tiempo *t=8s*. **Para practicar, le solicitamos que complete la tabla que le presentamos incompleta en la figura 2.13**.

En **forma analítica**, las funciones posición y velocidad se presentan por fórmulas. Por ejemplo, las que corresponden al cuerpo cuyo movimiento estudiamos utilizando las funciones posición y velocidad presentadas en forma gráfica, son

$$x(t) = 5 - 2t + 0,25\, t^2$$
$$v(t) = -2 + 0,5\, t$$

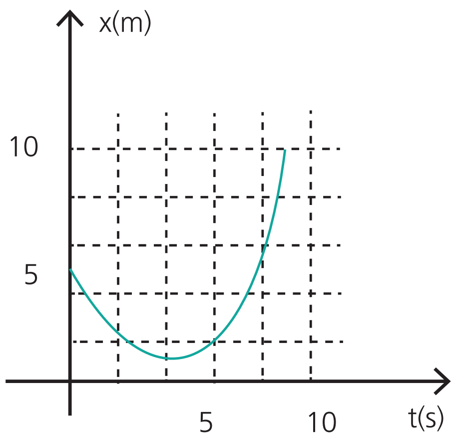


Figura 2.12. Función posición

Tiempo (t)	Posición (x)
[s]	[m]
0	5
1	3,25
2	2
3	1,25
4	
5	
6	
	3
8	5
	10

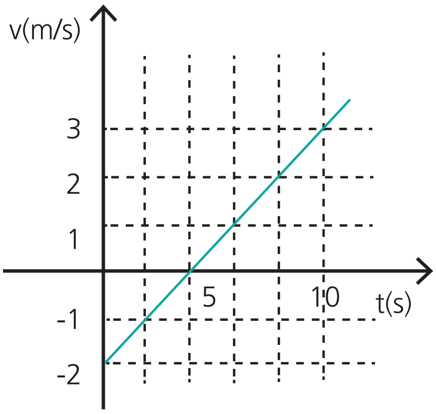


Figura 2.13. Función velocidad

(t)	Velocidad (v)
[s]	[m/s]
0	-2
1	-1,5
2	-1
3	-0,5
3,5	
4	
	1
	1,25
8	2
	3

Usted puede obtener la posición x que ocupa el cuerpo en cada instante, reemplazando en la correspondiente función el valor de t y operando hasta llegar a un valor para x; lo mismo puede hacerse para conocer el valor de velocidad v en un determinado instante. Por ejemplo, en el instante $t=2s$, la posición y la velocidad del cuerpo serán

$$x(2) = 5 - 2\,t + 0{,}25\,t^2$$
$$x(2) = 5 - 2\,(2) + 0{,}25\,(2)^2$$
$$x(2) = 5 - 4 + 1$$
$$x(2) = 2m$$

$$v(2) = -2 + 0{,}5\,t$$
$$v(2) = -2 + 0{,}5\,(2)$$
$$v(2) = -2 + 1$$
$$v(2) = -1m/s$$

Los valores de posición y velocidad que obtiene para cada instante utilizando las funciones dadas en forma analítica, deben coincidir con los valores que obtiene cuando las funciones están dadas en forma gráfica. Operando analíticamente como lo muestra el ejemplo, usted puede encontrar los valores de posición y velocidad para distintos instantes de tiempo y compararlos con los que proporciona la forma gráfica.

Así mismo, las funciones dadas en forma gráfica o en forma analítica, pueden ser utilizadas para calcular el espacio recorrido Δx y el cambio de velocidad Δv, entre dos determinados instantes.

5.2. Velocidad y aceleración, media e instantánea

Según definimos anteriormente, la **velocidad** *(v)* de un cuerpo es la relación que existe entre el espacio que recorre y el tiempo que emplea en recorrerlo. También expresábamos que un cuerpo que modifica su posición a medida que transcurre el tiempo, está animado de una cierta velocidad, y que ésta podrá ser constante o variable, dependiendo del tipo de movimiento que se trate.

Si designamos el espacio recorrido como Δx y el tiempo que tarda en recorrerlo como Δt, la definición de velocidad permite escribir

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(x_f - x_i)}{(t_f - t_i)} = tg\,\alpha$$

donde x_f la posición final del cuerpo que ocupa en el instante t_f, y x_i es la posición inicial del cuerpo que ocupa en el instante t_i.

Admitiendo que el movimiento del cuerpo puede ser descripto por la función posición que muestra la figura 2.14, y suponiendo para los instantes de tiempo inicial y final los indicados, resulta observando la representación que $\Delta x = x_f - x_i$ es el cateto opuesto al ángulo α en el triángulo rectángulo rayado, y $\Delta t = t_f - t_i$ el cateto adyacente en dicho triángulo. Dado que para el cálculo de v sólo hemos tenido en cuenta las posiciones inicial y final (x_i y x_f), sin que sea relevante lo que ocurre entre ambas, a la velocidad así calculada se la denomina *velocidad media o promedio entre ambas posiciones o entre los instantes de tiempo correspondientes a ambas posiciones*, y se la simboliza con $\bar{v}$. En consecuencia, resulta para la velocidad media

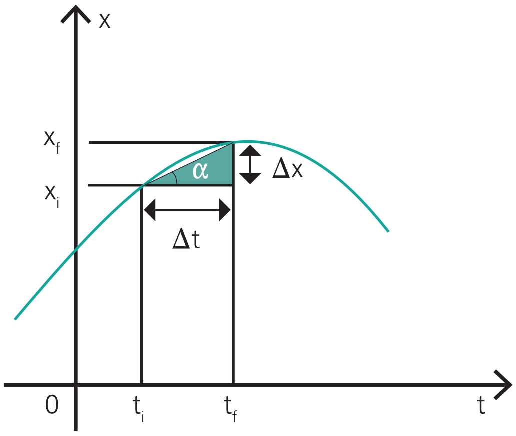


Figura 2.14. Interpretación gráfica de la velocidad media

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(x_f - x_i)}{(t_f - t_i)}$$

El valor de $\bar{v}$ puede calcularse desde la representación gráfica, tomando los valores de los catetos del triángulo rectángulo, de acuerdo a las escalas con las cuales se graduaron los ejes, para luego realizar el cociente correspondiente, o en el caso de que las escalas de ambos ejes sean iguales, calculando la tangente trigonométrica del ángulo α.

Acerca de la velocidad media, también puede decirse que es aquella que le hubiera permitido al cuerpo recorrer con velocidad constante el mismo espacio $\Delta x = x_f - x_i$ en el mismo lapso $\Delta t = t_f - t_i$.

La velocidad que da información sobre el movimiento del cuerpo en un instante determinado, se denomina *velocidad instantánea* y se simboliza por v. Por ejemplo, si deseamos conocer la velocidad en el instante de tiempo que consideramos como inicial t_i (posición x_i), debe aproximarse el instante final al inicial tanto como se pueda (ambos instantes deben estar infinitamente próximos), para de ese modo extraer información sobre lo que realmente ocurre en ese instante. Desde el punto de vista geométrico, lo que ocurre al aproximar el punto final definido por el par ordenado (t_f ,x_f) al punto inicial definido por el par ordenado (t_i ,x_i), es que se hace cada vez más pequeño el triángulo rectángulo, tal como lo indica la figura 2.15. En el límite de lo pequeño, la hipotenusa del triángulo rectángulo coincide con la tangente a la curva en el punto inicial.

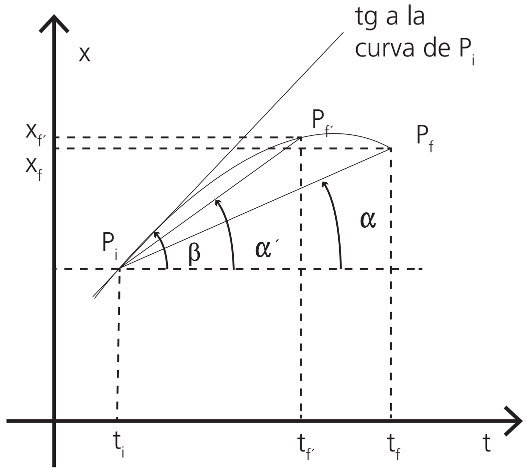


Figura 2.15. Velocidad instantánea

Según definimos anteriormente la **aceleración** *(a)* de un cuerpo es la relación que existe entre el cambio de velocidad que experimenta y el tiempo que tarda en experimentarlo. También expresamos que un cuerpo que modifica su velocidad a medida que transcurre el tiempo, está animado de una cierta aceleración; ésta podrá ser constante o variable, dependiendo del tipo de movimiento que se trate.

Si designamos el cambio de velocidad que experimenta el cuerpo como Δv y el tiempo que tarda en experimentarlo como Δt, la definición de aceleración permite escribir

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(v_f - v_i)}{(t_f - t_i)}$$

donde v_f es la posición final del cuerpo que ocupa en el instante t_f, y v_i es la posición inicial del cuerpo que ocupa en el instante t_i.

Admitiendo que el cuerpo en movimiento posee la función velocidad que muestra la figura 2.16, y suponiendo para los instantes de tiempo inicial y final los indicados, resulta observando la representación que $\Delta v = v_f - v_i$ es el cateto opuesto al ángulo α en el triángulo rectángulo rayado, y $\Delta t = t_f - t_i$ el cateto adyacente en dicho triángulo. Dado que para el cálculo de a sólo hemos tenido en cuenta las velocidades inicial y final (v_i y v_f), sin que sea relevante lo que ocurre entre ambas velocidades, a la aceleración

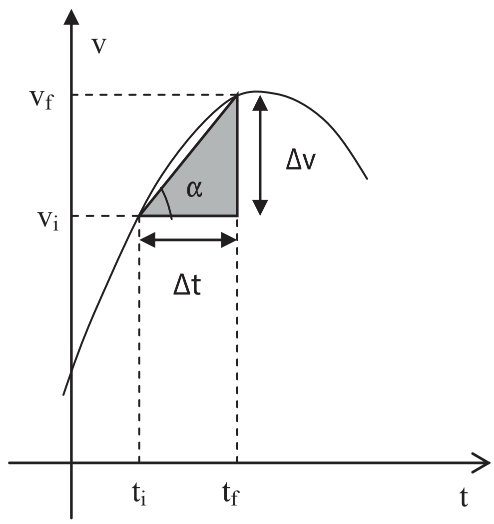


Figura 2.16. Interpretación gráfica de la aceleración media.

así calculada se la denomina *aceleración media o promedio entre ambas velocidades o entre los instantes de tiempo correspondientes a ambas velocidades*, y se la simboliza con $\bar{a}$. En consecuencia, resulta para la aceleración media

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(v_f - v_i)}{(t_f - t_i)} = tg\ \alpha$$

El valor de $\bar{a}$ puede calcularse desde la representación gráfica, tomando los valores de los catetos del triángulo rectángulo, de acuerdo a las escalas con las cuales se graduaron los ejes, para luego realizar el cociente correspondiente, o en el caso de que las escalas de ambos ejes sean iguales, calculando la tangente trigonométrica del ángulo α.

Acerca de la aceleración media, también puede decirse que es aquella que le hubiera permitido al cuerpo experimentar, con aceleración constante, el mismo cambio de velocidad $\Delta v = v_f - v_i$ en el mismo lapso $\Delta t = t_f - t_i$.

La aceleración que da información sobre el movimiento del cuerpo en un instante determinado, se denomina *aceleración instantánea* y se simboliza por a. Por ejemplo, si deseamos conocer la aceleración en el instante de tiempo que consideramos como inicial t_i (velocidad v_i), debe aproximarse el instante final al inicial tanto como se pueda (ambos instante deben estar infinitamente próximos), para de ese modo extraer información sobre lo que realmente ocurre en ese instante. Desde el punto de vista geométrico, lo que ocurre al aproximar el punto final definido por el par ordenado (t_f, v_f) al punto inicial definido por el par ordenado (t_i, v_i), es que se hace cada vez más pequeño el triángulo rectángulo, tal como lo indica la figura 2.17. En el límite de lo pequeño, la hipotenusa del triángulo rectángulo coincide con la tangente a la curva en el punto inicial.

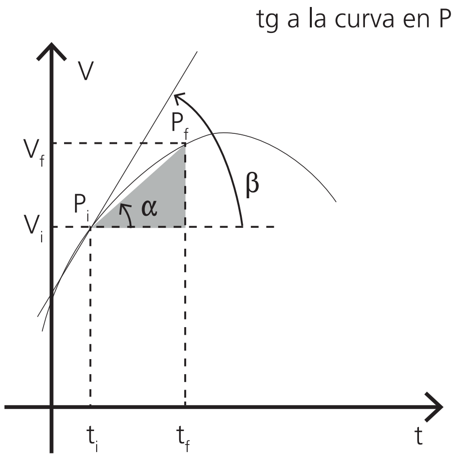


Figura 2.17. Aceleración instantánea

5.3. Movimiento rectilíneo uniforme (MRU)

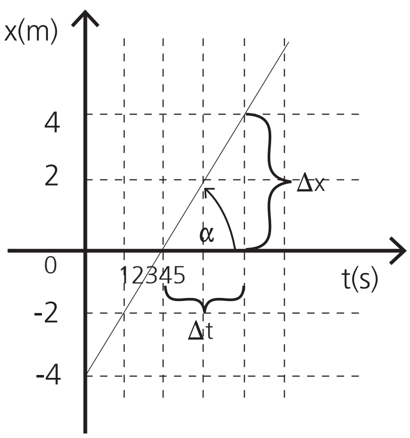


Figura 2.18. Representación gráfica de la función posición y tabla correspondiente a un MRU

Tiempo (t)	Posición (x)
[s]	[m]
0	-4
1	-2
2	0
3	2
4	4
5	6

Los cuerpos que se mueven con movimiento rectilíneo uniforme (MRU), se caracterizan por recorrer *espacios iguales en intervalos de tiempo iguales*. La tabla que muestra la figura 2.18 representa el movimiento rectilíneo de un cuerpo, y en ella se advierte la característica enunciada para este tipo de movimiento (para iguales intervalos de tiempo ocurren iguales espacios recorridos). La función posición correspondiente se muestra también en la citada figura.

De acuerdo a la definición de velocidad, observando la tabla y/o la función posición representada, se advierte que este tipo de movimiento se caracteriza por poseer un valor de velocidad constante.

Dado que el valor de velocidad es una constante del movimiento, las velocidades media e instantánea coinciden, y genéricamente para ellas vale la expresión

$$\bar{v} = v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(x_f - x_i)}{(t_f - t_i)} = tg\,\alpha$$

Tanto de la tabla como de la representación gráfica, puede obtenerse el valor de velocidad que caracteriza al movimiento. Por ejemplo, tomando como los instantes inicial y final los tiempos 0s y 4s, resulta

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(x_f - x_i)}{(t_f - t_i)}$$

$$v = \frac{4-(-4)}{(4-0)} = \frac{8}{4}$$

$$v = 2\frac{m}{s}$$

Despejando x_f de la expresión anterior, resulta

$$x_f = x_i + v\,(t_f - t_i)$$

Si ahora consideramos un instante de tiempo final genérico ($t_f \Rightarrow t$) al que le corresponde una posición genérica ($x_f \Rightarrow x$), reemplazando en la expresión anterior resulta

$$x = x_i + v\,(t - t_i)$$

que es la función posición para el MRU, que permite calcular la posición del cuerpo en cualquier instante de tiempo.

En este movimiento, ya vimos que la velocidad no depende del tiempo, resultando una constante del movimiento. Su representación gráfica es una recta horizontal que corta al eje de ordenadas en el valor de *v*. Figura 2.19. Observando esta representación gráfica, se advierte que la superficie rayada de la figura, representa el espacio recorrido entre los instantes t_i y t_f. En efecto, el valor del área es *Área=base x altura* resulta tomando los valores indicados en los ejes igual a $(t_f - t_i)v$, que como lo indican expresiones anteriores es $(x_f - x_i)$.

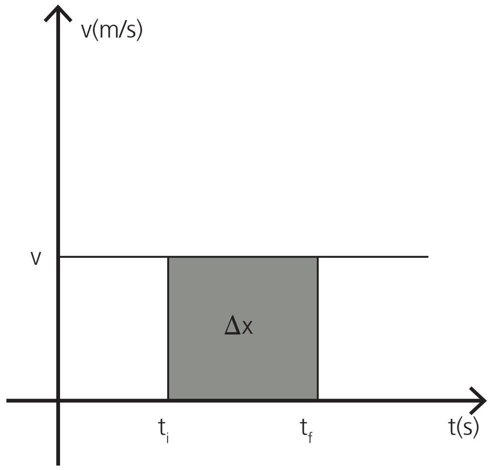


Figura 2.19. Función velocidad y significado físico del área encerrada entre la función velocidad y el eje de los t

En la figura 2.20, se dan tres MRU en los cuales se identifican velocidades positivas y negativas, y un caso en el cual el cuerpo permanece en reposo. También en los distintos casos, puede determinarse el valor de velocidad y posición inicial, para cada una de las curvas representadas.

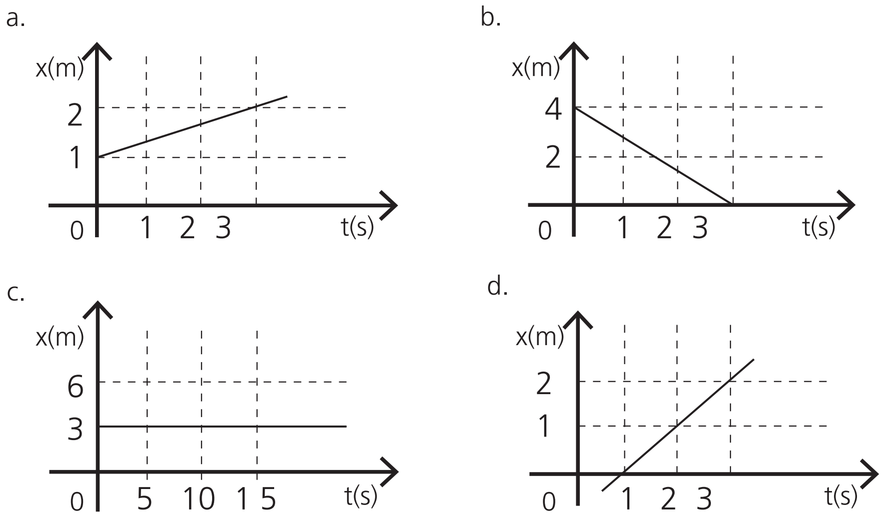
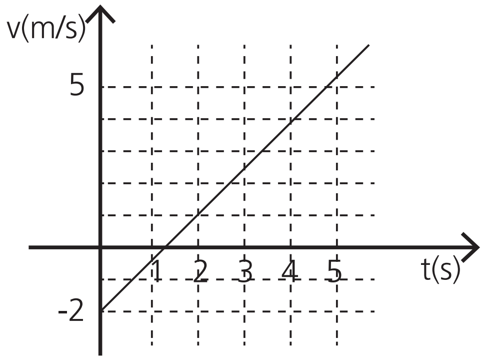


Figura 2.20. Distintos casos de movimiento rectilíneo uniforme

5.4 Movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV)

Los cuerpos que se desplazan con movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV), se caracterizan por experimentar *cambios de velocidades iguales en intervalos de tiempo iguales*. Si la tabla que muestra la figura 2.21 representa el movimiento rectilíneo de un cuerpo, en ella se advierte la característica enunciada para este tipo de movimiento (para iguales intervalos de tiempo ocurren iguales cambios de velocidad). La función velocidad correspondiente se muestra también en la citada figura. De acuerdo a la definición de aceleración, observando la tabla y/o la función velocidad representada, se advierte que este tipo de movimiento también se caracteriza por poseer un valor de aceleración constante.



Tiempo (t)	Posición (x)
[s]	[m]
0	-2
1	-0,5
2	1
3	2,5
4	4
5	5,5

Figura 2.21. Función velocidad y tabla correspondiente a un MRUV

Dado que el valor de aceleración es una constante del movimiento, las aceleraciones media e instantánea coinciden, y genéricamente para ellas vale la expresión

$$\bar{a} = a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(v_f - v_i)}{(t_f - t_i)} = tg\,\alpha$$

Tanto de la tabla como de la representación gráfica, puede obtenerse el valor de aceleración que caracteriza al movimiento. Por ejemplo tomando como los instantes inicial y final los tiempos 0s y 4s, resulta

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(v_f - v_i)}{(t_f - t_i)}$$
$$a = \frac{4 - (-2)}{(4 - 0)} = \frac{6}{4}$$
$$a = 1,5\frac{m}{s^2}$$

Despejando v_f de la expresión anterior, resulta

$$v_f = v_i + a\,(t_f - t_i)$$

Si ahora consideramos un instante de tiempo final genérico ($t_f \Rightarrow t$) al que le corresponde una velocidad genérica ($v_f \Rightarrow v$), reemplazando en la expresión anterior resulta

$$v = v_i + a\,(t - t_i)$$

que es la función velocidad para el MRUV, que permite calcular el valor de la velocidad del cuerpo en cualquier instante. Si t_i=0s, puede escribirse

$$v = v_i + a\,t$$

El hecho de que la superficie encerrada entre la función velocidad y el eje de abscisas, entre dos determinados instantes de tiempo, sea el espacio recorrido entre dichos instantes, puede utilizarse en este tipo de movimiento para encontrar la función posición. De la figura 2.22 y tratando de determinar el espacio que recorre el cuerpo entre los instantes de tiempo t_i y un instante genérico *t*, calculamos el área rayada como la suma de la superficie de un rectángulo más la de un triángulo.

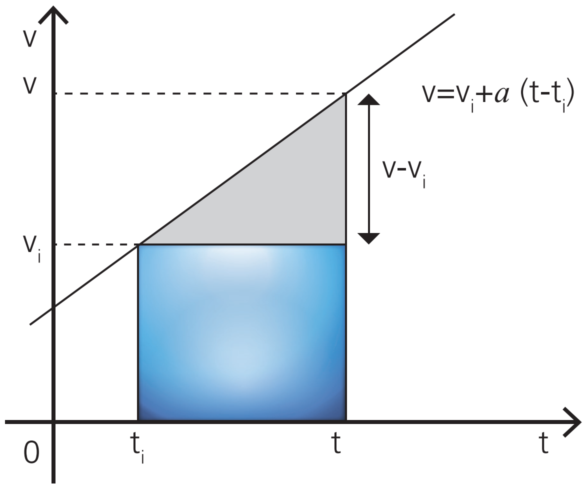


Figura 2.22. El área coloreada indica el espacio recorrido entre los instantes de tiempo t_i y t. Calculando el área para valores genéricos se encuentra la función posición

Así se obtiene para el área total que representa Δx, lo siguiente

$$\Delta x = x - x_i = \text{ área rectángulo} + \text{ área triángulo} = v_i(t - t_i) + \frac{(t - t_i)(v - v_i)}{2}$$

Utilizando la función velocidad $v=v_i+a(t-t_i)$ de la cual se deduce $v-v_i=a(t-t_i)$, para reemplazar en la función anterior, resulta...

$$\begin{aligned} x - x_i &= v_i(t - t_i) + \frac{(t - t_i)(v - v_i)}{2} \\ &= v_i(t - t_i) + \frac{(t - t_i)\,a(t - t_i)}{2} \\ &= v_i(t - t_i) + \frac{a(t - t_i)^2}{2} \end{aligned}$$

o de otro modo...

$$x = x_i + v_i(t - t_i) + \frac{a(t - t_i)^2}{2}$$

...expresión de la función posición (FP) para un MRUV, que permite determinar la posición del cuerpo para cualquier instante.

Dado que se trata de una función cuadrática en *t*, su representación en un sistema de ejes (*t,x*), resultará una parábola de eje vertical; con las ramas hacia arriba si el coeficiente del término cuadrático es positivo y con las ramas hacia abajo en caso contrario. El signo del término cuadrático lo proporciona la aceleración. También en la representación de la función posición están presentes la velocidad inicial (v_i: tangente a la curva en el instante t_i), y la posición inicial (x_i: posición en el instante t_i, que coincide con el punto en el cual la curva corta al eje de ordenadas cuando t_i=0s). A continuación, figura 2.23, representamos varios pares de funciones posición y velocidad, encolumnados, y con la misma escala en el eje de los tiempos.

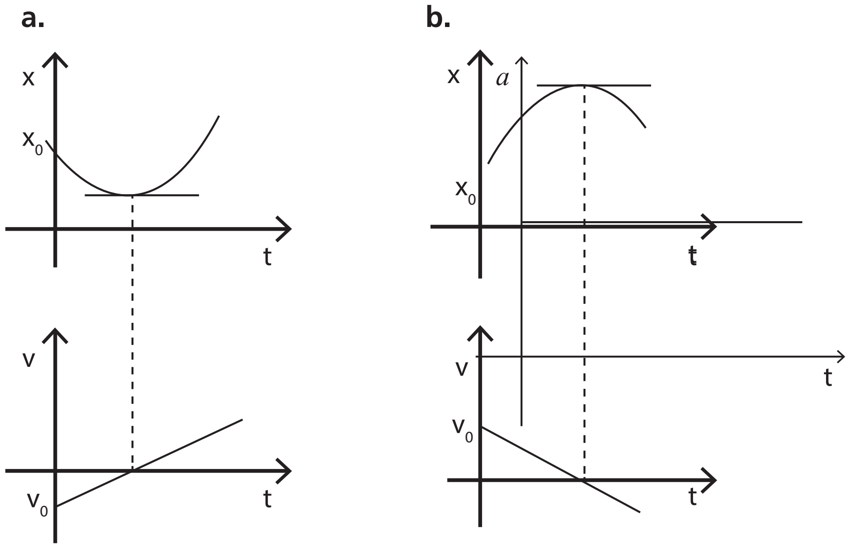


Figura 2.23. Cada caso muestra las funciones posición y velocidad de un cuerpo

Ya vimos que en este movimiento la aceleración no depende del tiempo, resultando una constante. Su representación gráfica es una recta horizontal que corta al eje de ordenadas en el valor de *a*. Figura 2.24.

Eliminando *t* de las funciones velocidad y posición

$$v = v_i + a(t-t_i) \qquad \text{(FP)}$$

$$x = x_i + v_i(t - t_i) + \frac{a(t - t_i)^2}{2} \qquad \text{(FV)}$$

resulta (le damos a usted el trabajo de resolver el sistema de ecuaciones para eliminar *t*):

$$v^2 - v_i^2 = 2\,a\,(x - x_i)$$

ecuación muy utilizada cuando se desea resolver un problema sin trabajar con la variable tiempo.

6. PROBLEMAS DE ENCUENTRO

Es común en este capítulo de la física, plantear situaciones físicas en las cuales dos cuerpos que se mueven se encuentran en un determinado instante y en una determinada posición. A estas situaciones físicas o problemas, se las denomina *problemas de encuentro*. A los efectos de mostrar sobre la forma conveniente de actuar (no la única) para resolver el problema, plantearemos una situación física y trataremos de resolverla.

PROBLEMA

Un maleante se da a la fuga en auto y es perseguido por un móvil policial, de tal modo que en un instante de tiempo que puede tomarse como inicial (t=0s), una distancia de 0,5km separa ambos vehículos. Considere que ambos vehículos se desplazan siempre por una misma calle rectilínea, que en el instante inicial el móvil policial se encuentra en el origen del sistema de coordenadas que utilizará para describir los movimientos, y que las velocidades de ambos vehículos son constantes y de valores v_m=40m/s para el maleante y v_p=45m/s para el policía.

a. Dibuje la situación planteada para el instante de tiempo inicial (t=0s).

b. Deduzca las funciones posición que describen el movimiento del maleante $x_m(t)$ y del móvil policial $x_p(t)$.

c. Determine el instante de tiempo y la posición en los cuales el móvil policial alcanza al auto del maleante.

SOLUCIÓN

Parte a. Conviene realizar el dibujo de la situación planteada, lo solicite o no el problema. Quiere decir que, aún cuando el enun-ciado no lo solicite, siempre conviene dibujar la situación planteada; esto vale para cualquier capítulo y tipo de problema que se puede plantear en física. Dibujando esquemáticamente la situación, podremos estimar resultados y luego comparar con estas estimaciones, los re-sultados finales. La situación que expresa este problema, se muestra esquemáticamente en la figura 2.25.

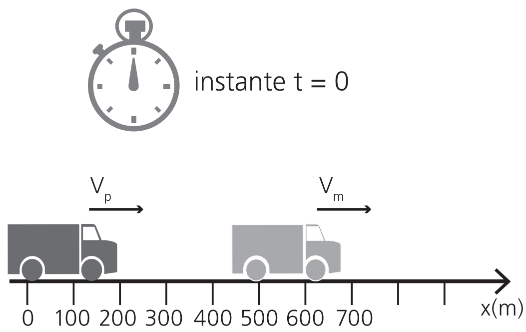


Figura 2.25. Esquema de la situación planteada

Parte b. Conviene cuanto antes repasar las unidades con las cuales nos dan los datos del problema, verificar que pertenezcan al SIMELA, y en el caso de que así no fuera, pasarlas a dicho sistema de unidades. Por ejemplo en este caso conviene escribir la distancia inicial que separa ambos vehículos 0,5km en m, es decir que para la distancia inicial utilizaremos 500m.

Las funciones posición de cada uno de los movimientos (del auto del maleante y del móvil policial) se pueden escribir sin demasiadas dificultades repasando cuidadosamente el enunciado del problema y teniendo en cuenta el esquema que se planteó en el punto anterior. Por ejemplo, de dicho esquema se obtiene que las posiciones iniciales para ambos automóviles son x_{ip} = 0km para el policía y x_{im} = 500m para el maleante. Del enunciado se pueden obtener las velocidades, que son v_p=45m/s para la policía y v_m=40m/s para el maleante. Con estos datos y considerando que las velocidades son constantes y la trayectoria rectilínea, estamos en condiciones de expresar que se trata de dos movimientos rectilíneos uniformes, cuya función posición tiene la pinta $x=x_i+v(t - ti)$. Si construimos ambas funciones, resulta

$$x_p(t)=x_{ip}+ v_p t = 0 + 45\ t$$
$$x_m(t)=x_{im}+ v_m t = 500 + 40\ t$$

Parte c. En este punto interesa conocer el instante de tiempo y la posición en los cuales el móvil policial alcanza al auto del maleante. Naturalmente, en el instante en que los autos se encuentran, ocupan la misma posición, lo cual equivale a decir que el par ordenado de valores (t,x) que satisfaga al sistema de ecuaciones, proporcionará los valores que estamos buscando: un mismo valor de t que reemplazado en ambas ecuaciones proporcione igual valor de x.

El sistema de ecuaciones puede resolverse analíticamente por cualquier método o gráficamente. Por ejemplo, **analíticamente** puede operarse del siguiente modo. Igualando los valores de x puede despejarse t.

$$x_p(t) = x_m(t)$$
$$45\ t = 500 + 40\ t$$
$$45\ t - 40\ t = 500$$
$$5t = 500$$
$$t = 100s$$

Reemplazando en cualquiera de las funciones, o en las dos si es que quiere verificar el resultado obtenido para t, se obtiene la posición en la cual se encuentran.

$$x_p(t) = 0 + 45\ t =$$
$$45\ .\ 100 = 4500m$$
$$x_m(t) = 500 + 40\ t =$$
$$500 + 40\ .\ 100 = 4500m$$

Gráficamente pueden encontrarse los valores del par ordenado, representando ambas funciones en un sistema de ejes cartesianos ortogonales (t,x), y determinando el punto de intersección de ambas funciones, tal como muestra la figura 2.26. En general los resultados obtenidos gráficamente, pueden diferir sólo parcialmente de aquellos que se obtienen analíticamente. Estos son siempre más precisos, pero aquellos dan una idea más clara acerca de lo que ocurre en la situación problemática planteada.

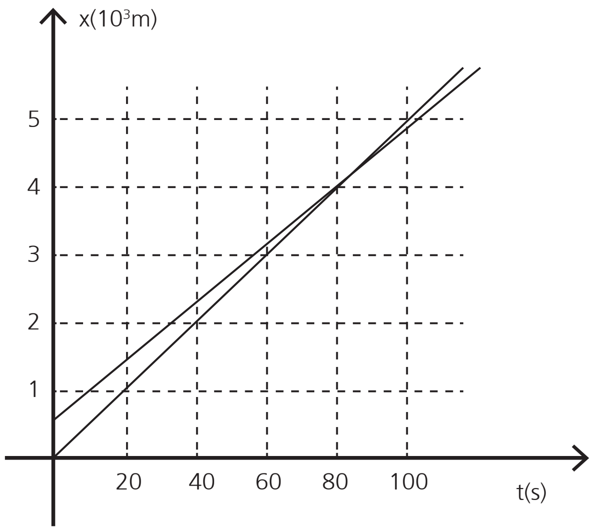


Figura 2.26. Forma gráfica de resolver un sistema de ecuaciones

7. ACELERACIÓN DE LA GRAVEDAD

7.1. Caída libre

Se da el nombre de **caída libre** al movimiento de un cuerpo que se dirige verticalmente hacia la superficie de la Tierra. Sin considerar la resistencia del aire, el cuerpo en caída libre experimenta la acción de una aceleración constante, la **aceleración de la gravedad *g***, que tiene un valor muy próximo a $9{,}8 m/s^2$, con pequeñas variaciones relacionadas con la latitud y la altura del lugar de observación.

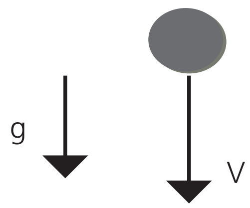


Figura 2.27. Caída libre de un cuerpo

Dado que la aceleración de un cuerpo en "caída libre" es constante, el movimiento puede ser considerado un caso particular del MRUV, por lo cual se pueden aplicar para su estudio las ecuaciones que obtuvimos para ese tipo de movimiento, con sólo reemplazar la aceleración *a* por *g*.

$$x = x_i + v_i(t - t_i) + \frac{g(t - t_i)^2}{2}$$

$$v = v_i + g(t - t_i)$$

$$v^2 - v_i^2 = 2\,g\,(x - x_i)$$

Las ecuaciones se simplifican notablemente cuando el cuerpo parte del estado de reposo ($v_i = 0 m/s$) y desde una posición inicial coincidente con el origen del sistema de coordenadas (x_i=0m). El valor de *g* será positivo cuando el sentido del vector $\vec{g}$ coincida con el sentido positivo del eje de referencia que se elija para estudiar el movimiento; negativo en caso contrario.

7.2. Tiro vertical

Se llama tiro vertical al movimiento que adquiere un cuerpo que es arrojado verticalmente hacia arriba. Dado que se trata de un movimiento vertical, actúa la **aceleración de la gravedad *g***, pero desacelerando el movimiento, al menos en la primera parte cuando el cuerpo sube. El signo de la velocidad inicial, dependerá del sistema de referencia elegido.

Cuando la velocidad se anula completamente, decimos que el cuerpo alcanzó la altura máxima. A partir de ese instante y desde esa altura, el cuerpo comenzará a moverse nuevamente, experimentando una aceleración como un cuerpo en caída libre.

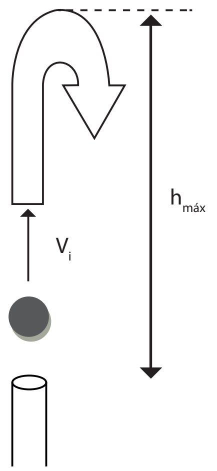


Figura 2.28. Tiro vertical: se advierte una primera parte en la cual el cuerpo sube desacelerado, y otra, en la cual el cuerpo baja acelerado

Algunos parámetros que podemos calcular son:

Tiempo de subida "t_{sub}": En $h_{máx} \Rightarrow v(h_{máx})=0=v_i - g\,t_{sub} \Rightarrow t_{sub} = v_i/g$

Altura máxima "$h_{máx}$": $h_{máx} = h_i + v_i\,t_{sub} - g\,t_{sub}^2/2$

Tiempo total "t_T": $t_T = 2\,t_{sub}$ tiempo que tarda en subir y bajar hasta alcanzar el punto del cual partió con v_i.

PROBLEMAS

1. Un móvil persigue a otro distante 150 m de él y que se aleja con velocidad constante de 40 Km/h.

   a. ¿Qué aceleración constante debe desarrollar el primer móvil si pretende alcanzarlo en 1,4 minutos?.

   b. Qué velocidad instantánea tendrá cuando lo alcanza?.

   Rpta: v=25 m/s, a=0,3 m/s^2

2. Se lanza una pelota hacia arriba con una velocidad de 25 m/s.

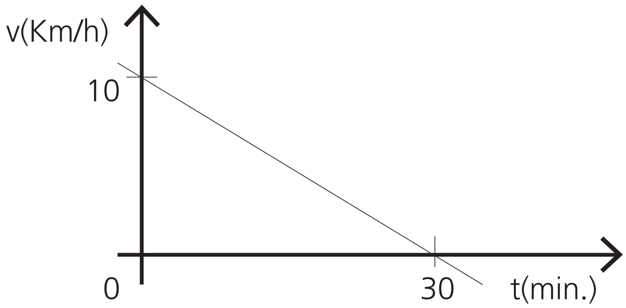
   a. ¿Qué altura máxima alcanzará la misma?

   b. ¿Cuál será el tiempo que tarda en alcanzar esa altura máxima?

   Rpta: h_{max}=31,85m, t=2.56s

PROBLEMAS PROPUESTOS:

1. El gráfico muestra la representación de la función asociada a un móvil cuya trayectoria es rectilínea. Con la información dada, determine el valor y el sentido de la aceleración del movimiento.



2. Se deja caer al piso un cuerpo desde una azotea de 7,5 m de altura. Si se asume que no existen pérdidas por rozamiento con el aire, calcule la velocidad que adquiere cuando ha recorrido la mitad de la trayectoria.

3. Se lanza un objeto verticalmente hacia arriba con una velocidad de 50 Km/h. Si se asume que no existen pérdidas, calcule la altura máxima que alcanzará.

4. Dos ciclistas circulan por la misma ruta. De ambos se tienen registros de sus tiempos y posiciones:

	Posiciones según el kilometraje marcado en la ruta	
Instante	Ciclista A	Ciclista B
t(h)	Xa(Km)	Xb(Km)
15:30	0	5
16:00	6	10
16:30	12	15

   a. Represente ambos ciclistas en un diagrama posición-tiempo.

   b. ¿Se encontrarán en algún momento? De ser así calcule donde y cuando se encuentran.

UNIDAD 3

DINÁMICA

(LAS CAUSAS DEL MOVIMIENTO)

1. INTRODUCCIÓN

En el capítulo anterior estudiamos el movimiento, abstrayéndonos de las causas que lo provocan. Expresamos en ese momento que, toda o casi toda la cinemática que se abordará en los cursos regulares de la carrera, provienen de los trabajos de Galileo, que sientan las bases de la cinemática actual. Sin embargo, a pesar de la estrecha relación que tienen los movimientos con las causas que los producen, del método que utilizaba para deducir las leyes que tan buenos resultados le dio en el campo de la cinemática, de la óptica y de la astronomía, y sin lugar a dudas de su preocupación por encontrar las causas que provocaban los movimientos, no fue Galileo sino Isaac Newton quien alrededor de 1680 presenta su famosa obra titulada *Principios Matemáticos de la Filosofía Natural*, en la cual se enuncian los tres principios que analizaremos a continuación, y que son fundamentales para resolver infinita cantidad de problemas en todo el ámbito de la física. Los tres principios que aludimos, constituyen lo que la disciplina dio en llamar *Leyes de Newton*.

Hasta las publicaciones de los *Principios Matemáticos de la Filosofía Natural*, la concepción Aristotélica de la naturaleza, prácticamente se aceptaba sin discusión. Galileo, uno de los primeros en ponerla a prueba frente a las evidencias experimentales (justamente en eso se asentaba su método de investigación), fue duramente castigado por su atrevimiento. También Galileo abandonó sin demasiadas contemplaciones el sistema planetario solar Ptolemaico para pasar al Copernicano, y eso también le acarreó innumerables problemas. Sin embargo, este investigador, a través de la enorme cantidad de aportes que realiza en física y astronomía, junto con los trabajos de Kepler y en menor medida otros sabios de la época, sientan las bases para las formulaciones de Newton.

Dos de las formulaciones de Aristóteles que debieron ser abandonadas para construir la física que hoy conocemos, fueron las siguientes: a) todo cuerpo para permanecer en movimiento debe experimentar la aplicación de una fuerza, y b) el tiempo de caída para cuerpos de distinto peso, es inversamente proporcional al mismo. El experimento de Galileo (hoy puesto en duda) de arrojar cuerpos de distinto peso desde la Torre de Pisa, puso de manifiesto el error en la segunda de las formulaciones de Aristóteles; y la primera (también la segunda) ley de Newton echa por tierra la relación entre fuerza y velocidad, estableciendo una relación entre fuerza y cambio de velocidad.

Si bien la disciplina (Física) se estructura con un conjunto de capítulos de los cuales sólo una parte conforma la mecánica (cinemática, estática y dinámica), la concepción mecanicista como modo de explicar los fenómenos naturales, prácticamente invade toda la disciplina. Cuando estudiamos capítulos de la Física como hidrostática, hidrodinámica, electricidad, electrodinámica, magnetismo, electromagnetismo, física moderna, etc., encontramos clara-mente aplicaciones de las Leyes de Newton. Resumiendo, la importancia de las leyes de Newton trasciende al capítulo en el cual aparece en los libros de Física, para transformarse en uno de los pilares conceptuales de la disciplina.

2. LEYES DE NEWTON

2.1 PRIMERA LEY: "Todo cuerpo continúa en su estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme cuando sobre el mismo no actúan fuerzas o la suma de las fuerzas que actúan es igual a cero"

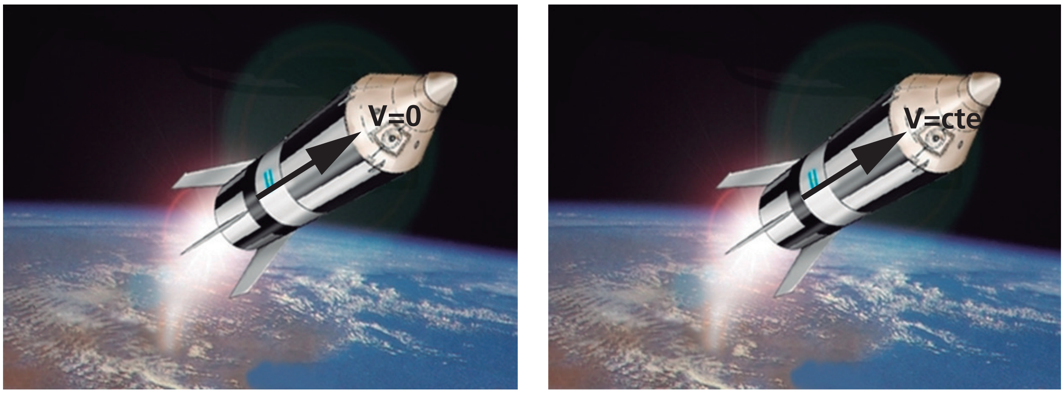


Figura 3.1. Un cuerpo ubicado en una zona del espacio en la cual la gravedad es nula, y por tal motivo no actúan fuerzas sobre el mismo. En la parte a. está en reposo, por lo cual se mantendrá con velocidad nula; en b. como el cuerpo tiene cierta velocidad, la mantiene constante

Analíticamente podemos expresar: $\Sigma\vec{F} = 0$ _ $REPOSO\ o\ MRU$. Por ejemplo, si sobre un cuerpo no actúa ninguna fuerza (figura 3.1) o si aún cuando actúen fuerzas (figura 3.2) la sumatoria de las mismas es nula, éste mantendrá su estado de movimiento. Mantener su estado de movimiento implica lo siguiente: si estaba en reposo continuará en reposo, y si poseía cierta velocidad, la mantendrá constante, es decir, experimentará un MRU.

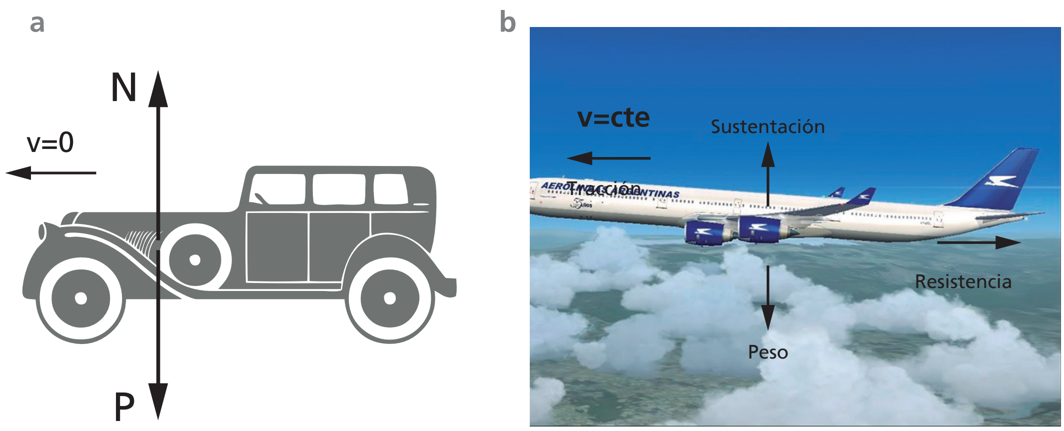


Figura 3.2. Un cuerpo sobre el cual actúan dos fuerzas (el peso del cuerpo y la reacción normal de la superficie) cuya resultante es nula. Como en el dibujo anterior consideramos dos partes:
a. como está en reposo, se mantiene con velocidad nula;
b. como tiene cierta velocidad, la mantiene constante

2.2. SEGUNDA LEY: "Todo cuerpo sobre el que actúa un sistema de fuerzas de resultante $\vec{R}$ no nula, experimenta una aceleración directamente proporcional a $\vec{R}$ y con su misma dirección y sentido, e inversamente proporcional a su masa"

Analíticamente podemos expresar

$$\vec{a} = \frac{\Sigma\vec{F}}{m} = \frac{\vec{R}}{m}$$
$$\Sigma\vec{F} = \vec{R} = m\vec{a}$$

Dado que $\vec{a} = \Delta\vec{v}/\Delta t$, de la segunda ley de Newton se deduce que la fuerza o resultante de un sistema de fuerzas aplicada a un cuerpo, se relaciona con la aceleración o con el *cambio de velocidad* que éste experimenta en el tiempo. Así vemos claramente como esta segunda ley, echa por tierra una de las formulaciones de Aristóteles.

Esta ley permite definir una unidad para la magnitud fuerza en el Sistema Métrico Legal Argentino (SIMELA): el ***newton*** [***N***]. Una fuerza tiene el valor de *un Newton (1N)*, cuando aplicada sobre una masa de *un kilogramo (1Kg)* le imprime una aceleración de $1 m/s^2$. Otros sistemas de unidades utilizan para la magnitud fuerza otras unidades: el c.g.s. utiliza la *dina* [*dy*] ⇒ $1N=10^5 dy$, y en el Sistema Técnico se utiliza el *kilogramo fuerza* [$\overline{Kg}$] ⇒ $1\,\overline{Kg} = 9{,}8N$.

Ejemplo: *Un carrito de masa m=5Kg, experimenta la acción de una fuerza constante F=10N, tal como muestra la figura 3.3. Calcule la aceleración que experimenta el carrito.*
Solución: $a = F/m = 10N/5Kg = 2\ m/s^2$

La aceleración tendrá la misma dirección y sentido que la fuerza. En razón de que la fuerza es constante, la aceleración será constante, y el movimiento del carrito será MRUV.

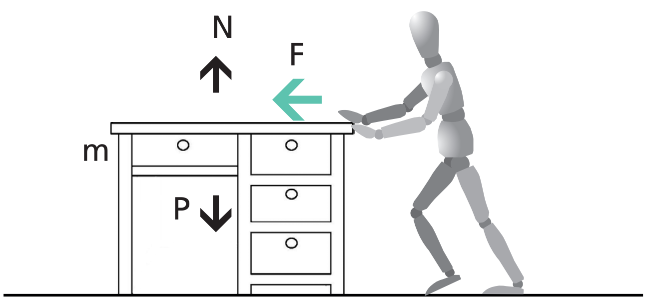


Figura 3.3. La fuerza $\vec{F}$ aplicada sobre en un carrito de masa m, le provoca una aceleración (cambio de velocidad).

Cuando el cuerpo no está en reposo puede ocurrir que la fuerza posea o no la misma dirección que la de la velocidad que anima el cuerpo. Si la dirección de la fuerza coincide con la de la velocidad (figura 3.4), el cuerpo experimentará una aceleración en la dirección del movimiento y estará animado de un movimiento rectilíneo (con aceleración constante -es decir MRUV- si la fuerza es constante, y con aceleración variable si la fuerza es variable); si no coincide, la aceleración y en consecuencia el cambio de velocidad tendrán la dirección de la fuerza y el movimiento en general será curvilíneo tal como lo muestra la figura 3.5.

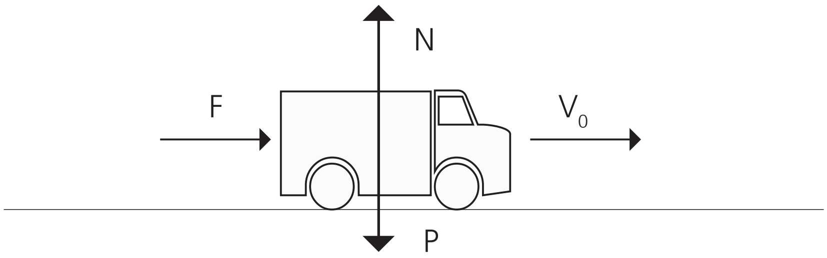


Figura 3.4. La fuerza aplicada sobre el cuerpo, posee la misma dirección que la

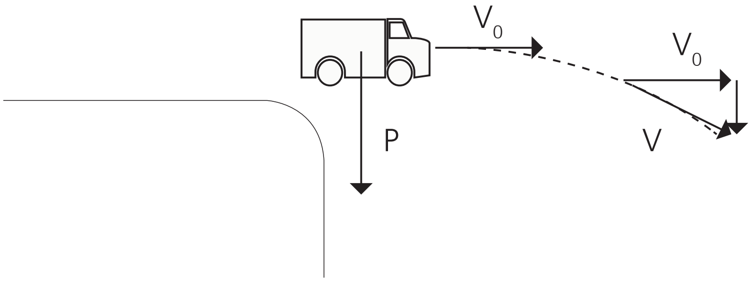


Figura 3.5. La fuerza aplicada sobre el cuerpo, no posee la misma dirección que la velocidad que lo anima, por lo cual el movimiento en general será curvilíneo

2.3. TERCERA LEY: "Las fuerzas se presentan siempre de a pares. Es decir, que si un cuerpo A ejerce una acción $\vec{F}_A$ sobre un cuerpo B, este ejercerá una reacción $\vec{F}_B$=- $\vec{F}_A$ sobre el cuerpo A"

En sus estudios sobre las causas que provocan los movimientos, Isaac Newton advirtió que las fuerzas siempre aparecen como resultado de la interacción entre dos cuerpos. En otras palabras, la acción de una fuerza sobre un cuerpo no se puede manifestar sin que haya otro que la provoque. En otras palabras, comprobó que las fuerzas aparecen de a pares (de a dos); que estos pares de fuerzas se caracterizan por ser de igual módulo y dirección, y de distinto sentido; y que finalmente, siempre, cada una de las fuerzas del par aparece en cuerpos distintos.

Ejemplo: *Sea un cuerpo apoyado sobre una mesa, como muestra la figura 3.6. Sobre el cuerpo actúan la fuerza peso $\vec{P}$ (el peso del cuerpo) y la reacción normal del plano $\vec{N}$. Sobre la mesa actúa también una fuerza $\vec{N}$', que es provocada por el cuerpo. Las fuerzas $\vec{N}$ y $\vec{N}$' son de acción y reacción. Ambas fuerzas actúan en la superficie de contacto entre el cuerpo y la mesa, aún cuando a $\vec{N}$ se la dibuja siempre en el centro de gravedad del cuerpo, punto en el cual se considera ubicada la partícula que representa al cuerpo. La otra fuerza apareada con la fuerza peso que actúa sobre el cuerpo, es la que atrae a la tierra hacia el cuerpo. Las fuerzas aplicadas al cuerpo $\vec{P}$ y $\vec{N}$ en general no tienen por qué ser iguales; lo son cuando el cuerpo está en reposo (la mesa mantiene sobre ella al cuerpo, sin deteriorarse) y no lo son cuando la mesa no puede mantener al cuerpo sobre ella, destruyéndose, razón por la cual el cuerpo comienza a caer.*

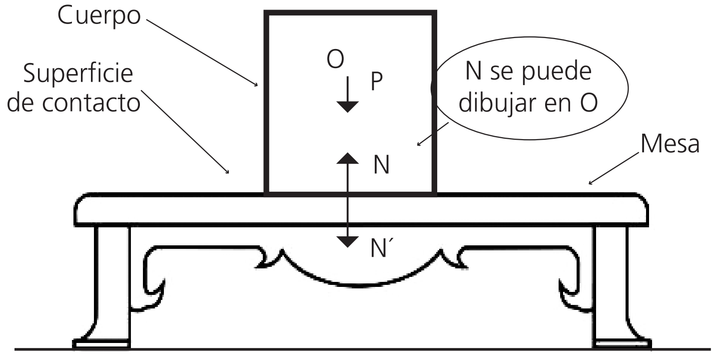


Figura 3.6. Por acción de la gravedad, sobre el cuerpo aparece la fuerza peso; en la superficie de contacto entre el cuerpo y la mesa aparece un par de fuerzas de acción y reacción.

3. EL EQUILIBRIO

La primera y la segunda Ley de Newton afirman que si sobre un cuerpo no actúan fuerzas o si la suma de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo es igual a cero, éste mantendrá su estado de movimiento. Analíticamente podemos expresar que si $\Sigma\vec{F} = 0$ entonces el cuerpo permanece en REPOSO o con MRU. En este punto nos interesa el estado de reposo y la condición para que los cuerpos mantengan ese estado de reposo. Cuando ello ocurre decimos que el cuerpo está en equilibrio.

Resumiendo, una de las condiciones para que un cuerpo esté en equilibrio establece que "La suma de todas las fuerzas aplicadas al cuerpo debe ser igual a cero"

$$\sum_{1}^{n} \vec{F}_i = 0$$

Dado que se trata de una ecuación vectorial, en términos escalares, podemos escribir que también deben ser nulas las sumatorias de las componentes "x", "y" y "z" de cada una de las fuerzas del sistema. Analíticamente

$$\sum_{1}^{n} \vec{F}_{xi} = 0$$

$$\sum_{1}^{n} \vec{F}_{yi} = 0$$

$$\sum_{1}^{n} \vec{F}_{zi} = 0$$

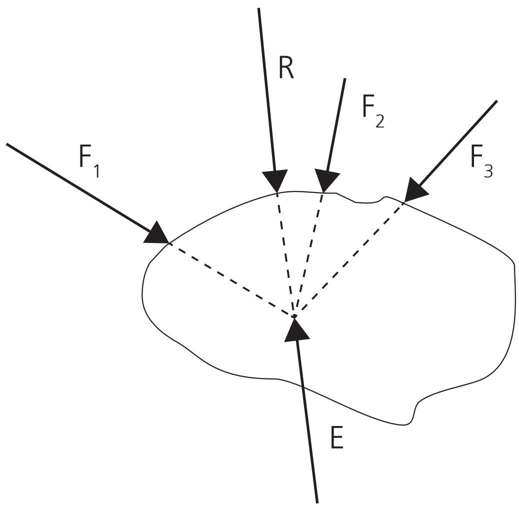


Figura 3.7. La equilibrante es igual a la resultante cambiada de signo

Cuando un sistema como el de la figura 3.7, tiene aplicada un sistema de fuerzas, puede ocurrir que la sumatoria no sea igual a cero.

En ese caso se define una fuerza que se denomina equilibrante que justamente equilibra el sistema, haciendo ahora que la suma de las fuerzas aplicadas sea igual a cero. Analíticamente, la fuerza equilibrante resulta

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{E} = 0$$

Dado que la suma de las fuerzas es igual a la resultante del sistema, se tiene

$$\vec{R} + \vec{E} = 0$$
$$\vec{E} = -\vec{R}$$

con lo cual estamos en condiciones de decir que cuando un sistema de fuerzas tiene una resultante distinta de cero, la equilibrante es igual a la resultante cambiada de signo.

4. FUERZA Y PESO

En lo que sigue, dado que se trata de un movimiento vertical, tomaremos componentes y por eso no destacaremos el carácter vectorial de las magnitudes involucradas. Un cuerpo en caída libre experimenta una aceleración, figura 3.8a, que denominamos aceleración de la gravedad, y fue Galileo quien determinó esta característica de la caída de los cuerpos. Desde el punto de vista de la dinámica, si un cuerpo experimenta una aceleración es porque sobre él actúa una fuerza $\vec{F}$. Figura 3.8b. Aplicando la segunda ley de Newton $F=ma$ a un cuerpo en caída libre y considerando que $a=g$, resulta $F = mg$. En este caso a la fuerza $\vec{F}$ se la denomina fuerza peso $\vec{P}$ y resulta para ella $P=mg$.

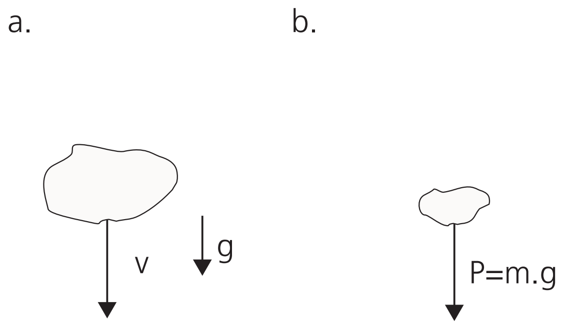


Figura 3.8. Un cuerpo en caída libre experimenta una aceleración, y la dinámica interpreta como que sobre el cuerpo actúa una fuerza. A esta fuerza se la denomina fuerza peso.

5. EL PLANO INCLINADO

La aplicación de las leyes de Newton a cuerpos que se apoyan en planos inclinados, proporciona resultados teóricos interesantes que luego, naturalmente como ocurre en física con todos los resultados teóricos, deberán ser sometidos a una comprobación experimental.

Sea el plano inclinado que muestra la figura 3.9, sobre el cual puede desplazarse sin roce, un carrito. Sobre éste actúa su peso $\vec{P}$ y la reacción normal del plano $\vec{N}$. La reacción normal del plano se anula con la componente normal del peso, y en consecuencia el cuerpo será acelerado en la dirección paralela al plano inclinado por la componente tangencial del peso, $\vec{P}_t$. Aplicando la segunda ley de Newton para la dirección paralela al plano inclinado, resulta (tomamos componentes por eso no destacamos el carácter vectorial de las magnitudes)

$$F = m\,a$$

$$P_t = m\,a$$

$$mg\,sen\,\alpha = m\,a$$

$$a = g\,sen\,\alpha$$

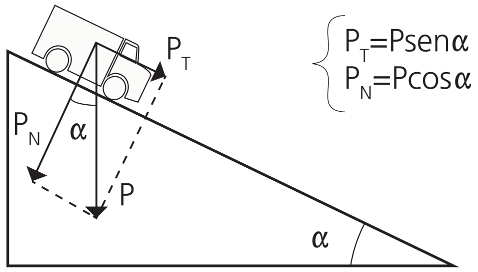


Figura 3.9. La fuerza que acelera en un plano inclinado es la componente tangencial (paralela al plano inclinado) del peso.

que indica que la aceleración sobre el plano inclinado es constante (el movimiento será MRUV donde la dirección será paralela al plano inclinado), y el valor de aceleración será proporcional al seno del ángulo que forma el plano inclinado con un plano horizontal, como lo muestra la figura.

6. LA FUERZA DE ROCE

El conocimiento y la consideración de éstas fuerzas, favoreció el planteo de las leyes de Newton. Estas fuerzas, que aparecen en la superficie de contacto entre dos cuerpos, dependen básicamente de algunas características de las superficies en contacto, y de la fuerza que las mantiene en contacto. La fuerza que las mantiene en contacto puede asociarse con la fuerza normal, considerada ésta como la reacción de las superficies a ser penetradas, que es siempre perpendicular al plano tangente en el punto considerado.

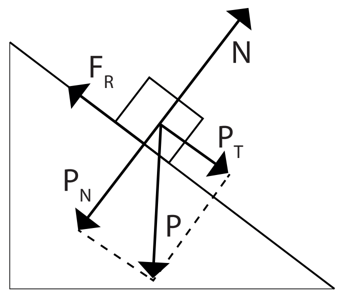


Figura 3.10. La fuerza normal es siempre perpendicular al plano tangente a la superficie en el punto considerado y se anula con la componente normal de la fuerza aplicada

Tal como se vio en el punto relativo al plano inclinado, la fuerza normal $\vec{N}$ que propor-ciona la superficie es siempre igual a la componente normal de la fuerza aplicada (que puede ser el peso de un cuerpo). Figura 3.10.

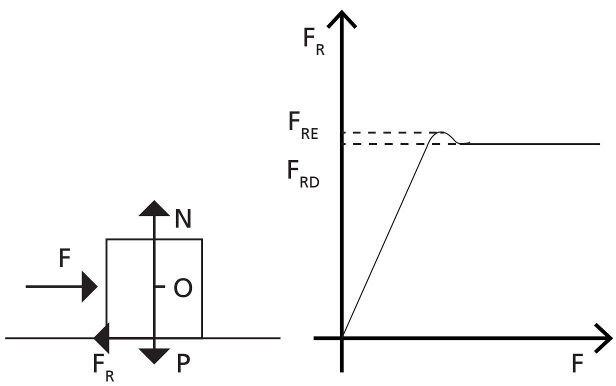


Figura 3.11 La fuerza de roce estática es igual a la fuerza aplicada hasta que el cuerpo comienza a moverse. Su valor es algo menor que la fuerza de roce dinámica

Las fuerzas de roce presentan características distintas según el cuerpo esté en reposo (fuerza de roce estática $\vec{F}_e$) o en movimiento (fuerza de roce dinámica). Mientras el cuerpo está en reposo, la fuerza de roce $\vec{F}_{re}$ iguala a la fuerza aplicada $\vec{F}$ siempre que ésta no sea capaz de ponerlo en movimiento; el valor máximo de esta fuerza se calcula del siguiente modo $F_{re}=\mu_e N$, donde μ_e es el coeficiente de roce estático. La fuerza de roce dinámica $\vec{F}_{rd}$ se calcula $F_{rd}=\mu_d N$, donde μ_d es el coeficiente de roce dinámico. La figura 3.11 ilustra sobre algunas características de la fuerza de roce.

7. EL TRABAJO Y LA ENERGÍA

7.1. Introducción

Los principios de conservación son postulados rectores en el campo de la Física, siempre que una magnitud se conserva, nos ofrece un camino elegante para tratar los fenómenos que se relacionan con ella. En el abordaje teórico o en la búsqueda de soluciones cualitativa o cuantitativa de un problema, los principios de conservación se convierten en una valiosa herramienta, que todo físico debe conocer y manejar con idoneidad.

Trabajo, energía y potencia son palabras que en la vida cotidiana tienen una gran variedad de significados. Sin embargo, para el científico estos términos tienen definiciones muy específicas. En este capítulo consideramos estas definiciones y las relaciones entre el trabajo y los distintos tipos de energía de los sistemas mecánicos. Aunque estas relaciones se obtienen de las leyes de Newton, pueden a menudo utilizarse cuando las fuerzas no se conocen o cuando el sistema es tan complicado que la aplicación directa de las leyes de Newton ofrece dificultades insuperables.

Este capítulo también nos proporciona nuestro primer contacto con la *ley de conservación de la energía*. Hallamos que bajo ciertas condiciones la energía mecánica de un sistema es *constante* y se dice entonces que se *conserva*. Ello proporciona una herramienta muy importante para la comprensión y la resolución de ciertos problemas mecánicos. Sin embargo, sabemos en la actualidad que una ley de conservación mucho más amplia es válida en la naturaleza. Si calculamos la energía total -mecánica, eléctrica, térmica y otras- esta energía total es constante, aunque no se conserve cada una de ellas por separado. Lo que se observa en la naturaleza es un intercambio de energía de un tipo a otro, manteniéndose constante su *suma*. Esta ley de conservación de la energía total se llegó a comprender en su totalidad cuando Einstein demostró que masa y energía son dos formas de la misma magnitud. Así se vio que no sólo la energía puede pasar de una forma a otra, sino que también puede convertirse en masa o viceversa.

7.2. Trabajo (W)

La Figura 3.12 muestra una fuerza constante $\vec{F}$ que actúa sobre un objeto al que desplaza una distancia Δx. El *trabajo (W) efectuado por la fuerza* se define como el producto de su componente F_x en la dirección del desplazamiento por el valor Δx de dicho desplazamiento

$$W = F_x \, . \, \Delta x$$

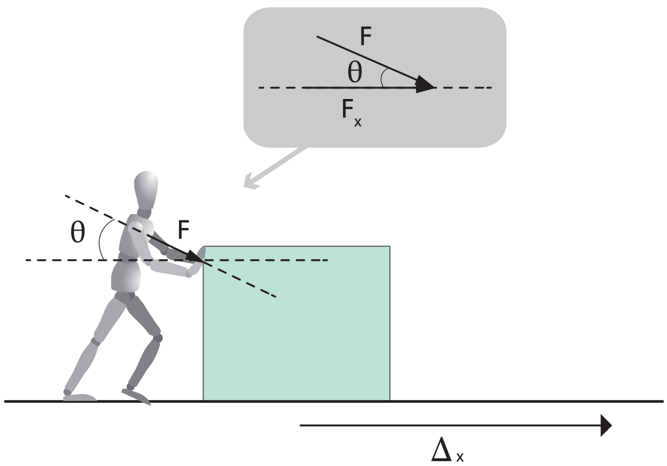


Figura 3.12. Trabajo efectuado por la fuerza $\vec{F}$ que actúa mientras el cuerpo se desplaza Δx..

Si $\vec{F}$ forma un ángulo θ con $\vec{x}$, como en la figura ..., entonces

$$F_x = F.\cos\theta$$

y el trabajo puede escribirse como

$$W = F.\Delta x.\cos\theta$$

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{x}$$

La unidad en el SIMELA de trabajo es el *julio* (J). El trabajo que realiza una fuerza resulta igual a 1J, cuando su componente en la dirección del desplazamiento es de valor 1N, y actúa cuando el cuerpo se desplaza 1m. Dimensionalmente [J]=[N.m].

De acuerdo a la primera expresión, en un sistema de ejes coordenados (x, F_x) figura 3.13, el trabajo queda representado por el área que define la curva que representa la fuerza, el eje de abscisas, y las posiciones inicial y final de aplicación de la fuerza.

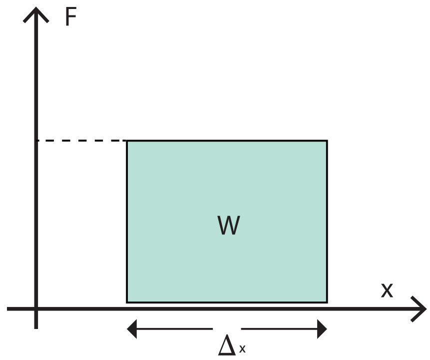


Figura 3.13. Representación gráfica del trabajo mecánico.

Obsérvese que nuestra definición de trabajo difiere en cierta manera de su significado habitual. Como estamos viendo hacemos el doble de trabajo al empujar un objeto cuando duplicamos su peso o la distancia recorrida. Esto es coherente con la noción cotidiana de trabajo. Sin embargo, esto no es así si permanecemos en un sitio sosteniendo una carga pesada. Creeremos entonces que estamos efectuando un duro trabajo, pero como no hay desplazamiento, concluimos que no se hace ningún trabajo sobre el peso.

Sin embargo, se hace trabajo en el cuerpo ya que los impulsos nerviosos inducen repetidamente contracciones de las fibras musculares. A diferencia de un hueso o de un poste de acero, una fibra muscular no puede sostener una carga estáticamente. Por el contrario, debe relajarse y contraerse repetidamente, haciendo trabajo en cada contracción. No somos conscientes de este proceso debido al gran número de fibras musculares y a la rapidez de las contracciones.

Ejemplo. *Un hombre aplica una fuerza como se indica en la figura 3.14 de valor 600 N sobre un mueble y lo desplaza 2 m. Encontrar el trabajo que se hace si la fuerza y el desplazamiento son: (a) paralelos; (b) forman ángulo recto; (c) sus direcciones son opuestas,. Podemos pensar* *que en (a) el hombre realiza trabajo sobre el mueble; en (b) no realiza trabajo alguno y en (c) el mueble realiza trabajo sobre el hombre.*

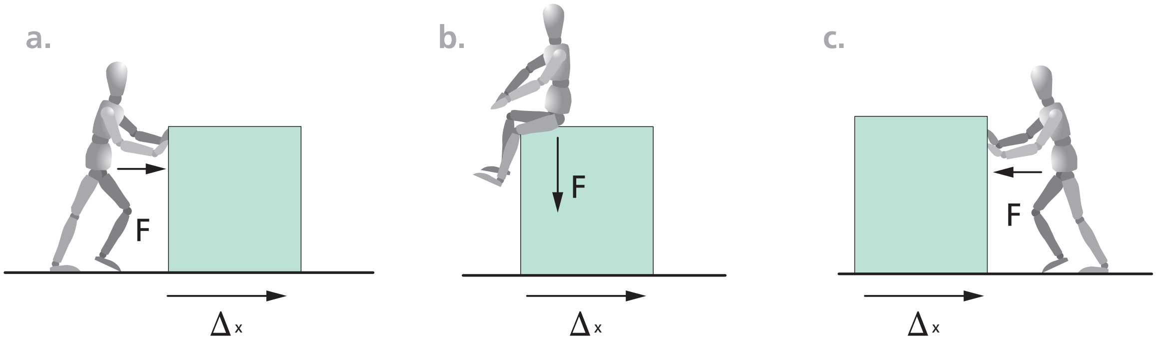


Figura 3.14 Un hombre aplica una fuerza a un mueble con distintas direcciones. En (c) podemos imaginar que el mueble está siendo frenado y llevado al reposo.

*a. Cuando $\vec{F}$ y $\Delta\vec{x}$ son paralelos, cos θ=cos0º =1 y W = **F**. Δx.cos θ = 600 x 2 = 1.200J, el hombre efectúa un trabajo de 1.200J sobre el mueble.*

b. Cuando $\vec{F}$ es perpendicular a $\Delta\vec{x}$, cos θ = cos 90º =0 y W=0. Por tanto, si la fuerza es perpendicular al desplazamiento no se efectúa trabajo.

c. Cuando $\vec{F}$ y $\Delta\vec{x}$ tienen sentidos opuestos, cos θ = cos 180º = -1 y W = F. Δx.cos θ =600 x 2 x (-1)=-1.200 J. En este caso el trabajo efectuado por la fuerza es negativo y, por lo tanto, el objeto está efectuando trabajo sobre el hombre.

Ejemplo. *Un castor arrastra una rama, desarrollando una fuerza constante de valor F=6N. Figura 3.18. a) ¿Cuánto trabajo efectúa el animal al arrastrar la rama 5m? (b) ¿Cuál es la fuerza neta sobre la rama, si en su desplazamiento ésta se mueve con velocidad constante?*

a. El trabajo efectuado por la fuerza constante $\vec{F}$ al mover la rama una distancia $\Delta\vec{x}$ viene dado por W = T. Δx.cos θ, donde θ =0º es el ángulo entre $\vec{F}$ y $\Delta\vec{x}$. Operando resulta W = 6 x 5 x 1= 30J

b. Como la rama se desplaza a velocidad constante, la suma de todas las fuerzas debe ser nula. Ha de haber otra fuerza que actúe sobre ella y que no aparece en la figura 3.18, una fuerza ejercida por el suelo sobre la rama, que es igual y opuesta a $\vec{F}$.

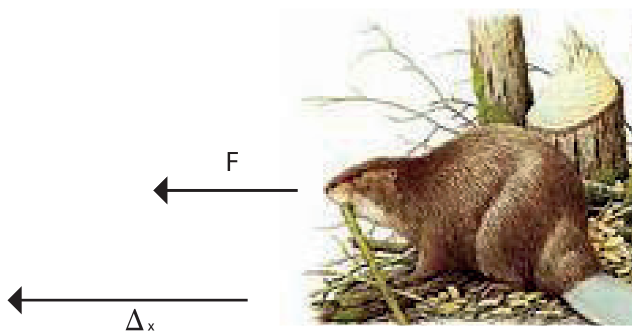


Figura 3.15 El castor desarrolla una fuerza $\vec{F}$ para arrastrar la rama.

En la ecuación en que hemos definido el trabajo, $W = F_x .x = F. \Delta x.\cos\theta$, hemos supuesto que la fuerza $\vec{F}$ era constante. En muchas situaciones esto sólo es, como máximo, una aproximación. Si la fuerza varía en módulo y dirección con respecto al desplazamiento, el procedimiento correcto es considerar el trabajo hecho en una serie de pequeños desplazamientos sucesivos. En *cada* desplazamiento, calculamos $W = \overline{F_x}.\Delta x$, donde $\overline{F_x}$ es la fuerza media en esta parte del movimiento. La suma de todos estos pequeños términos nos da el trabajo total realizado.

El método gráfico que consiste en calcular el área en encerrada entre la curva que corresponde a F_x, el eje de abscisas, y las posiciones inicial y final, permite calcular con alguna facilidad el trabajo en aquellos casos en los cuales la fuerza no es constante.

7.3 Energía Cinética (Ec).

La energía cinética de un objeto es la medida del trabajo que un objeto puede realizar en virtud de su movimiento. Como demostraremos a continuación, la energía cinética de traslación de un objeto de masa *m* y velocidad $\vec{v}$ es $½mv^2$. Los objetos también pueden tener energía cinética asociada con movimientos de rotación o movimientos de sus partículas constituyentes; su estudio no se llevará a cabo ya que escapa al alcance previsto para este trabajo.

Teorema del trabajo y la energía. Este teorema relaciona el trabajo que se realiza sobre un cuerpo con la energía cinética del mismo. Podría enunciarse como **"EL TRABAJO TOTAL REALIZADO SOBRE UN CUERPO POR TODAS LAS FUERZAS QUE ACTÚAN SOBRE ÉL, ES IGUAL AL CAMBIO DE ENERGÍA CINÉTICA DEL OBJETO".**

Este teorema o principio del trabajo y la energía, se deduce a partir de las leyes de Newton y de algunas definiciones de la cinemática.

Consideremos un objeto de masa *m* sometido a una fuerza constante $\vec{F}$. Figura 3.19. El objeto se desplaza una distancia $\Delta\vec{x}$ paralela a $\vec{F}$. Como su aceleración $\vec{a} = \vec{F}/m$ es constante, se trata de un MRUV; y en consecuencia podemos utilizar la expresión $v_f^2 - v_i^2 = 2a.\Delta x$ o $a\Delta x = v_f^2/2 - v_i^2/2$

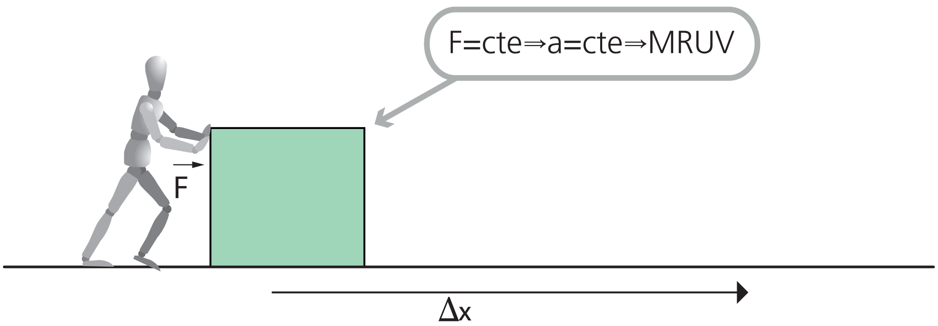


Figura 3.16. Una fuerza $\vec{F}$ realiza trabajo sobre un objeto cuando éste se desplaza una distacia $\Delta\vec{x}$. La velocidad varía de $\vec{v}_i$ a $\vec{v}_f$.

A partir de la segunda ley de Newton, $\vec{F} = m\vec{a}$, el trabajo hecho por la fuerza $\vec{F}$ es $W = F.\Delta x = m.a.\Delta x$. Reemplazando $a\Delta x$ por la expresión anterior resulta

$$W = m[\frac{(v_f)^2}{2} + \frac{(v_i)^2}{2}] = \frac{1}{2} m v_f^{\ 2} + \frac{1}{2} m v_i^{\ 2}$$

Si definimos a la energía cinética Ec como $Ec=½mv^2$, la energía cinética final Ec_f y la energía cinética inicial Ec_i del objeto resultan

$$Ec_f = \frac{1}{2} m v_f^2 \quad y \quad Ec_i = \frac{1}{2} m v_i^2$$

Reemplazando, se obtiene

$$W = Ec_f - Ec_i = \Delta Ec$$

Por lo tanto, el trabajo realizado por $\vec{F}$ es igual a la variación de la energía cinética del objeto. Obsérvese que trabajo y energía cinética tienen las mismas dimensiones y unidades.

Una consecuencia de esto es que, si se realiza trabajo sobre un objeto, su energía cinética aumenta. Inversamente, si un objeto produce trabajo sobre un agente externo, su energía cinética disminuye. Esto se pone de manifiesto cuando se considera el trabajo que se hace sobre una persona que frena o detiene un objeto en movimiento. Los siguientes ejemplos deberían servir para aclarar estas ideas.

Ejemplo. *Una mujer empuja un cochecito de juguete, inicialmente en reposo, hacia un niño ejerciendo una fuerza horizontal constante* $\vec{F}$ *de 5 N a lo largo de 1 m.*

(a) ¿Cuánto trabajo se hace sobre el cochecito? (b) ¿Cuál es su energía cinética final? (c) Si el cochecito tiene una masa de 0,1 kg, ¿cuál es su velocidad final? Considere que no existen fuerzas de roce.

(a) Cuando la mujer empuja el cochecito, ejerce sobre él una fuerza hacia la derecha. El desplazamiento Δx=1m es también hacia la derecha. Por lo tanto, el trabajo que se hace sobre el cochecito es

$$W=F.\ \Delta x=5 \ x \ 1=5J$$

(b) La energía cinética inicial Ec_f es cero, por lo tanto para la energía cinética final Ec_i resulta

$$W=Ec_f - Ec_i=Ec_f$$
$$Ec_f= 5J$$

(c) La energía cinética final es Ec_F =½mv_f^2, y considerando m=0,1kg, la velocidad es

$$v = \sqrt{\frac{2\ Ec_f}{m}} = \sqrt{\frac{2 \ x \ 5}{0,1}} = 10\ ms^{-1}$$

Ejemplo. *En el ejemplo anterior, la mujer suelta el cochecito de juguete cuando éste tiene una energía cinética de 5J. Se desplaza por el suelo y llega al niño, que lo para ejerciendo una fuerza constante* $\vec{F}'$ *opuesta a su movimiento. El cochecito recorre 0,25 m hasta pararse. Hallar* $\vec{F}'$ *considerando que las fuerzas de rozamiento son nulas.*

Mientras el cochecito se mueve hacia el niño, no se hace trabajo sobre él y su energía cinética permanece igual a 5J hasta llegar al niño. La energía cinética inicial Ec_i *es 5J y la energía cinética final es cero, ya que el coche se detiene, por lo tanto*

$$W=Ecf- Eci =0-5J=-5J$$

El trabajo realizado también viene dado por el producto de $\vec{F}' \,.\, \Delta\vec{x}'$ *, y el ángulo entre ambos, que aquí es de 180º Así pues, también podemos escribir*

$$W= \vec{F}' \,.\, \Delta\vec{x}' \,.\cos 180^o =- \vec{F}' \,.\, \Delta\vec{x}'$$

por lo cual

$$\vec{F}' = -\frac{W}{\Delta\vec{x}'} = -\frac{-5J}{0{,}25\ m} = 20N$$

El signo negativo del trabajo realizado, W=-5J, indica que el coche efectúa trabajo sobre el niño. Estos dos ejemplos muestran que el trabajo positivo realizado sobre un objeto le confiere energía cinética, que permanece disponible para realizar trabajo, como en este caso ocurre con el niño.

7.4. Energía potencial (Ep) y fuerzas conservativas

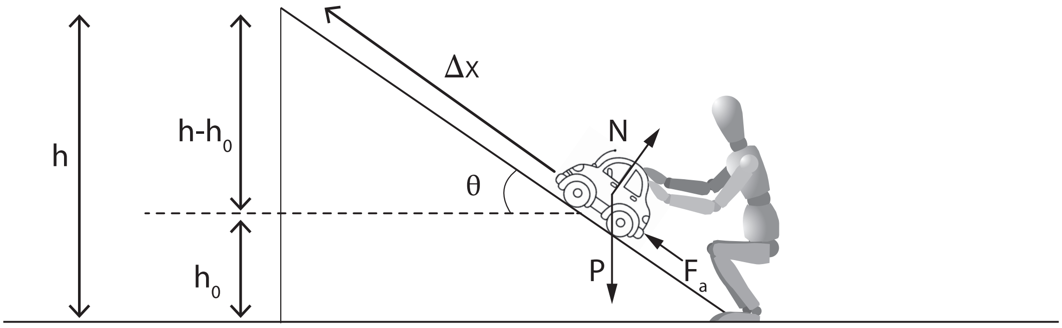


Figura 3.17. El cochecito de juguete está sometido a su peso, una fuerza normal y una fuerza aplicada $\vec{F}_a$. Por definición, sen Δ=(h - h_0)/ Δx, de modo que Δx.sen θ=(h - h_0).

La relación trabajo-energía de la sección precedente incluye el trabajo realizado por *todas* las fuerzas que actúan sobre el objeto. Sin embargo, en la mayoría de los casos resulta útil separar el trabajo realizado en tres categorías distintas: el trabajo realizado por las fuerzas gravitatorias, por las de rozamiento y por todas las restantes fuerzas que actúan sobre el objeto, a las que llamaremos *fuerzas aplicadas*. En este punto, examinamos el trabajo realizado sobre un objeto por las fuerzas gravitatorias. Veremos que el trabajo realizado por la gravedad sobre el objeto puede tenerse en cuenta automáticamente mediante la introducción de otra forma de energía denominada *energía potencial*. Las fuerzas que pueden describirse de esta manera se llaman *fuerzas conservativas*.

Para introducir la idea de energía potencial utilizaremos nuevamente el ejemplo del coche de juguete. Supongamos que un niño empuja un cochecito hacia arriba por una rampa inclinada y que el trabajo realizado por el roce es despreciable, figura 3.20. Las fuerzas que actúan sobre el coche son el peso $\vec{P}$, la fuerza aplicada por el niño $\vec{F}$ paralela a la rampa y una fuerza normal $\vec{N}$. La coordenada x mide la distancia del coche al pie de la rampa. En este punto la velocidad es v_0 y la energía cinética $Ec_0 = ½mv_0^2$. En x la velocidad es v y la energía cinética $Ec=½m.v^2$. El trabajo realizado por la fuerza aplicada $\vec{F}_a$ es $W_a = \vec{F}_a . \Delta\vec{x} = F_a . \Delta x$. La componente tangencial del peso vale $m.g.sen\ \theta$ y se opone al movimiento de subida por el plano. Así pues, el trabajo realizado por el peso (fuerza gravitatoria) es $W_g=-mg\Delta x\ sen$. La fuerza normal no realiza trabajo ya que $\vec{N}$ es perpendicular al movimiento. Según el teorema del trabajo y de la energía, el trabajo total realizado, W_a+W_g es igual al cambio de energía cinética, por lo cual $F_a.\Delta x - m\ g\ x\ sen\,\theta = Ec - Ec_0$

Observando en la figura 3.20 podemos escribir Δx.sen θ $=h-h_0$, donde $h-h_0$ es el cambio de altura del coche. Entonces, $m.g.\Delta x$.sen θ se convierte en $m.g(h-h_0)$, que sólo depende de la diferencia de alturas de ambos puntos y no del ángulo θ. Reemplazando en la expresión anterior resulta $F_a.\Delta x - m\ g\ (h - h_0) = Ec - Ec_0$. Por este motivo, resulta útil definir el potencial de coche al pie de la rampa y en x como $Ep_0=mgh_0$ y $Ep=mgh$

Dado que $W_a=F_a\Delta x$ es el trabajo hecho por *la fuerza aplicada*, reemplazando, y despejando W_a resulta $W_a=(Ec - Ec_0)+(Ep - Ep_0)$

Cuando las fuerzas de rozamiento no efectúan trabajo, el trabajo realizado por la fuerza aplicada es igual a la variación de energía cinética más la variación de energía potencial. Obsérvese que en la energía potencial lo único que importa son las diferencias de altura. Ello significa que el nivel de referencia utilizado para medir alturas puede escogerse del modo más conveniente. El valor del concepto de energía potencial resulta especialmente claro cuando la fuerza aplicada es cero. Entonces, la ecuación precedente se convierte en

$$Ec + Ep = Ec_0 + Ep_0$$

La suma E_C+E_P vale lo mismo al pie de la rampa que en x. Como x es arbitrario, la suma ha de ser constante en cualquier punto del plano. En otras palabras: *en ausencia de toda fuerza que realice trabajo, con excepción de la fuerza gravitatoria, la energía mecánica total* E definida por $E=Ec+Ep$ es constante, es decir, *se conserva*. A medida que el coche asciende sin rozamiento por el plano, se va parando gradualmente: pierde energía cinética y gana energía potencial. La energía potencial se vuelve a convertir en energía cinética una vez que el coche llega a pararse y empieza a deslizar hacia abajo. Así pues, *la energía potencial es energía relacionada con la posición o configuración de un sistema mecánico que, al menos en principio, puede convertirse en energía cinética o puede utilizarse para realizar trabajo*.

Ejemplo. *Un oso desciende 10m de altura, resbalando sobre la nieve una colina. Admitiremos que ha partido del reposo y que el rozamiento es despreciable, ¿cuál es su velocidad al llegar al pie de la colina?*

Las fuerzas que actúan sobre el oso son su peso y la fuerza normal debida al suelo. Los efectos del peso (fuerza gravitatoria) están contenidos en la energía potencial y la fuerza normal no realiza trabajo ya que es perpendicular al desplazamiento. Así pues, no hay trabajo realizado por fuerzas aplicadas y la energía total E=Ec+Ep es constante.

Como podemos escoger arbitrariamente el nivel de referencia para la energía potencial, tomamos el pie de la colina como nivel en que Ep=0. La energía cinética en la cumbre es Ec_0=0, ya que parte del reposo; su energía potencial en este punto es Ep_0= mgh. La energía cinética final al pie de la colina es Ec = ½mv^2 y su energía potencial final es la Ep=0. Por lo tanto, Ec+Ep= Ec_0 + Ep_0, se convierte en

$$\frac{1}{2}mv^2+0 = 0+ mgd$$

Su velocidad v al pie de la colina vale entonces

$$v = \sqrt{2\,g\,h} = \sqrt{2 \times 9{,}8 \times 10} = 14\ ms^{-1}$$

Este ejemplo muestra la ventaja de la conservación de la energía al resolver problemas de mecánica. No podemos utilizar la ecuación $\vec{F} = m\vec{a}$ directamente a no ser que conozcamos con toda exactitud la forma de la pendiente de modo que podamos calcular la fuerza en cada punto. Incluso si la conociéramos el cálculo resultaría difícil. La conservación de la energía nos da de forma inmediata la velocidad a cualquier altura.

7.5. Fuerzas conservativas

La fuerza gravitatoria tiene la interesante propiedad de que cuando un objeto se mueve de un punto a otro, el trabajo realizado por esta fuerza no depende del camino recorrido. Por ejemplo, en la figura, el trabajo efectuado por la gravedad cuando un objeto se desplaza de *B* a *C* es $-mg(h-h_0)$.

La aceleración de la gravedad no realiza ningún trabajo cuando el objeto se mueve horizontalmente de *A* a *B*, de modo que el trabajo total hecho por la gravedad a lo largo del camino *ABC* es $-mg(h-h_0)$. Cuando el bloque se mueve verticalmente de *A* a *C*, el trabajo realizado por la gravedad es de nuevo $-mg(h-h_0)$. Por consiguiente, el trabajo es el mismo para ambos caminos. Las fuerzas que tienen la propiedad de que el trabajo que realizan es el mismo para todos los caminos entre dos puntos dados cualesquiera se llaman *fuerzas conservativas*.

Las fuerzas gravitatorias, eléctricas y elásticas son ejemplos de fuerzas conservativas; el rozamiento y otras muchas fuerzas no son conservativas. Los efectos de *cualquier* fuerza conservativa pueden describirse siempre mediante un término conveniente de energía potencial.

7.6. Fuerzas disipativas

El trabajo realizado por las fuerzas conservativas puede tratarse convenientemente mediante la introducción del concepto de energía potencial. Estudiamos ahora la segunda categoría especial de fuerzas, las fuerzas de rozamiento, que pueden disipar energía mecánica.

Como el trabajo realizado por las fuerzas de rozamiento depende del camino, el rozamiento no es una fuerza conservativa. Además, el rozamiento siempre se opone al movimiento y por lo tanto realiza siempre trabajo negativo. La energía gastada por un objeto contra las fuerzas de rozamiento se convierte generalmente en energía calorífica y, por lo tanto, se pierde como energía mecánica.

Podemos reformular ahora la relación entre el trabajo y la energía en una forma que tenga en cuenta la división de las fuerzas en conservativas, disipativas y aplicadas. Si el trabajo realizado por las fuerzas aplicadas es W_a y la energía disipada por roce se designa por Q,

$$W_a = (Ec - Ec_0) + Ep - Ep_0 + Q$$

que expresa que *"El trabajo realizado por las fuerzas aplicadas que actúan sobre un sistema es igual a la variación de las energías cinética y potencial más la energía perdida o disipada.*

El contenido de la ecuación anterior es exactamente el mismo que el de la ecuación ya vista en páginas anteriores; la diferencia es que hemos dividido el trabajo *W* realizado por todas las fuerzas que actúan sobre el sistema en las categorías de trabajo realizado por las fuerzas conservativas, por las fuerzas disipativas y por las fuerzas aplicadas.

Según expresamos en la parte inicial de este capítulo, la fuerza de rozamiento sobre un objeto que se desplaza es el producto del coeficiente de rozamiento cinético (por que el cuerpo se está desplazando) por la fuerza normal. Cuando un objeto rueda, el punto de contacto entre el objeto y la superficie sobre la que rueda se halla instantáneamente en reposo. En este caso especial, las fuerzas de rozamiento no realizan trabajo. La fuerza de rozamiento se dirige siempre en sentido opuesto al del movimiento, por lo cual si un objeto se desplaza una distancia Δx venciendo una fuerza de rozamiento $\mu_d N$, la energía perdida es

$$Q = \mu_d . N . \Delta x$$

Ejemplo. *El oso del ejemplo anterior llega a la parte llana al pie de la pendiente con una velocidad de $14 ms^{-1}$ y entonces, operando con sus patas adecuadamente, se para rápidamente. Si el coeficiente de rozamiento cinético es 1,8 ¿qué distancia recorre antes de detenerse?*

El trabajo que realiza el oso con sus pies, se utiliza totalmente para modificar su energía cinética que se transformará en calor; la energía potencial no cambia ya que suponemos que la superficie de frenado es horizontal. La fuerza normal y la fuerza peso se anulan dado que son de igual módulo y dirección, y distinto sentido; además no realizan trabajo pues sus direcciones son perpendiculares al desplazamiento. Sólo realiza trabajo la fuerza de rozamiento; sobre una distancia Δx realiza el trabajo es $Q=-\mu_{d.} m.g.\Delta x$ (el signo menos resulta de considerar el sentido de la fuerza de roce y del desplazamiento). Así pues, como $Ec_i=½mv_i^2$ y $Ec_f=0$, resulta

$$W = F.\, \Delta x = Ec_f - Ec_i$$

$$-½mv_i^2 = -\mu_{d.} m.g.\Delta x$$

$$\Delta x = \frac{v_i^2}{2\, g\, \mu_K} = \frac{14}{2 \text{ x } 9{,}8 \text{ x } 1{,}8} = 5{,}5 \text{ m}$$

El coeficiente de rozamiento en este ejemplo es grande porque el oso deforma y mueve la nieve cuando se detiene. Su energía se disipa entonces en parte como calor y en parte como energía necesaria para revolver la nieve.

7.7. Algunos aspectos para reflexionar

Los conceptos involucrados en esta sección son: trabajo (W), energía cinética (Ec), energía potencial (Ep), y energía que se disipa en forma de calor (Q). El resultado general que se obtiene como balance entre estos cuatro conceptos, se expresa

$$W_a = Ec - Ec_0 + Ep - Ep_0 + Q$$

La energía mecánica total de un objeto se define como $E=E_C+E_P$, donde la energía relacionada con el movimiento del cuerpo es la energía cinética $Ec=½mv^2$, y la energía potencial Ep puede considerarse como la energía debida a la posición. La expresión anterior contiene términos que están relacionados con la transferencia de energía (W y Q) y términos que expresan la cantidad de energía mecánica en una determinada posición (Ec y Ep); así podemos reescribir dicha expresión como

$$W_a = \Delta E + Q \qquad (21)$$

donde: $W_a = Ec - Ec_0 + Ep - Ep_0 + Q$.

Si las fuerzas aplicadas no realizan trabajo (W_a=0) y no se pierde energía a través de las fuerzas disipativas (Q=0), resulta $\Delta E=0$. Este resultado que se puede escribir como

$$Ec + Ep = Ec_0 + Ep_0$$

se conoce como *conservación de la energía mecánica*. Bajo tales circunstancias, la energía mecánica total, es decir, la suma de la energía potencial más la energía cinética, permanece constante aunque cada una pueda cambiar a expensas de la otra.

En muchas situaciones existen fuerzas disipativas que convierten la energía mecánica en calor, sonido u otras formas de energía. El calor o el ruido producidos por una sierra o un taladro constituyen buenos ejemplos de ello. El calor representa la energía transferida al movimiento desordenado de las moléculas de una sustancia, que hace aumentar su energía media. Como se verá en otros capítulos de la física, aumentar la energía molecular media es equivalente a aumentar la temperatura.

Tal como lo hemos considerado Q es positivo cuando la energía mecánica se disipa y negativo cuando la energía proviene de alguna fuente exterior, de tal manera que la energía mecánica aumenta. Por ejemplo en una máquina térmica, cuando se produce la combustión el sistema recibe energía térmica (Q<0) y cuando está máquina pierde energía térmica a través de sus paredes (Q>0). También una máquina térmica puede realizar trabajo (W>0) o recibir trabajo de otra fuente (W<0).

PROBLEMAS

I. Un cuerpo de masa $m=30kg$ es arrastrado por una persona que le aplica una fuerza $\vec{F}$ de módulo $F=60N$, entre $t_o=0s$ y $t_1=10s$, tal como se indica en la figura 3.18.

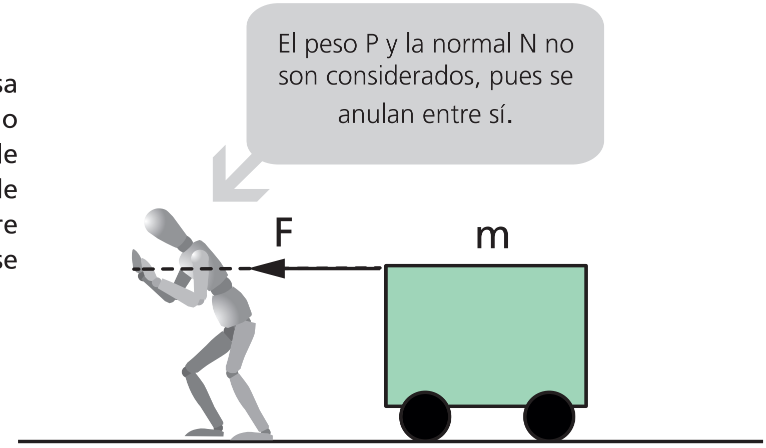


Figura 3.18

1. Represente gráficamente en un sistema de ejes (t,F) la fuerza que se aplica al cuerpo.
2. Calcule el valor de la aceleración que experimenta el cuerpo entre $t_o=Os$ y $t_1=1Os$.
3. Puede usted afirmar que el movimiento del cuerpo es ¿MRU, MRUV, MCU, MCUV, OTRO MOVIMIENTO? Fundamente su respuesta.
4. Suponiendo que en $t_o=0s$ el cuerpo parte del reposo y de una posición $x_o=0m$, escriba las funciones velocidad y posición corres-pondientes al movimiento del cuerpo.
5. Represente gráficamente, una debajo de la otra, las funciones $F(t)$; $a(t)$; $v(t)$; y $x(t)$. En todos los casos tome el tiempo en abscisas con la misma escala.

II. Un cuerpo en movimiento rectilíneo, experimenta la velocidad cuya función se representa gráficamente en la figura 3.19.

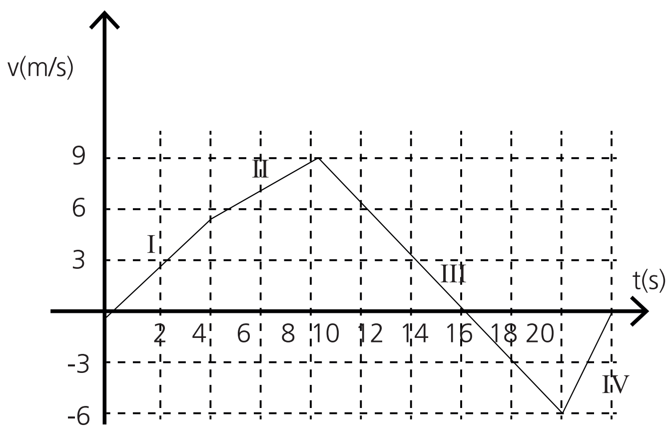


Figura 3.19

1. Determine la aceleración que experimenta el cuerpo en cada uno de los tramos indicados.
2. Calcule la fuerza que se aplica al cuerpo en cada uno de los tramos.
3. Suponiendo que en el sistema de ejes elegido para describir el movimiento el cuerpo ocupa en el instante de tiempo $t=0s$ la posición $x=10m$, determine la posición del cuerpo en $t=20s$.

III. Una persona aplica una fuerza $\vec{F}$ de módulo $F=100N$ sobre un cuerpo de masa $m=35kg$ que se encuentra en reposo. Suponga que paralela a la superficie de roce aparece una fuerza, llamada fuerza de roce, que trata de frenar el movimiento, de valor $F_r=20N$. La figura 3.20, ilustra sobre la situación planteada.

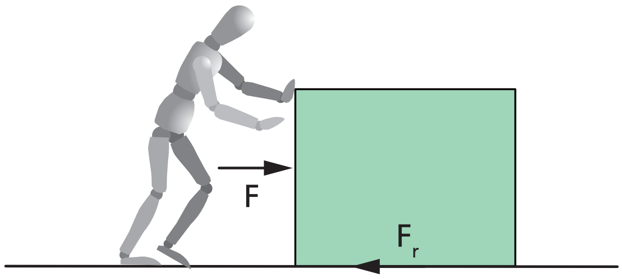


Figura 3.20

1. Determine el valor de la aceleración que experimenta el cuerpo.
2. Exprese lo que le ocurre al cuerpo a partir del momento en el cual deja de actuar la fuerza aplicada por el hombre.
3. Suponiendo que la fuerza que aplica el hombre actúa durante 10s, calcule el espacio que re-corre el cuerpo y la velocidad que alcanza.
4. Admitiendo que a partir del momento en el cual cesa de actuar la fuerza que aplica el hombre sólo actúa la fuerza de roce, determine la aceleración que ésta produce.
5. Determine el tiempo que tarda el cuerpo en detenerse, a partir del instante en el cual cesa de actuar la fuerza que aplica el hombre.

IV. Un bloque de masa $m=5kg$ se encuentra sobre un plano inclinado, como el que muestra la figura 3.21. Considere para la aceleración de la gravedad un valor $g=9,8m/s^2$ y para el ángulo que forma el plano con la horizontal un valor $\alpha=30°$. También admita que el cuerpo se encuentra en la posición A en reposo.

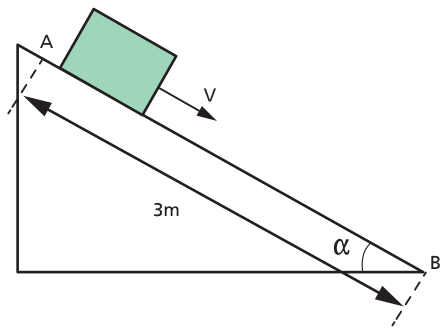


Figura 3.21

1. Determine las componentes tangencial P_t y normal P_N del peso del cuerpo. Realice un esquema en su hoja y dibuje en él las componentes del peso.
2. Agregue en el esquema anterior, la reacción normal N del plano.
3. Calcule el tiempo que tarda el cuerpo hasta llegar al piso (punto B).
4. Determine el valor del ángulo α, para que tarde $2s$ en recorrer todo el plano inclinado.

V. Suponga un sistema mecánico (un tren) compuesto por una locomotora sobre la que el motor de la misma aplica una fuerza de valor $F=1,5x10^4N$, y tres vagones unidos entre sí y a la locomotora, por cuerdas de acero. Admita que las masas de las cuerdas son despreciables comparadas con el valor de la masa de cada vagón y de la locomotora. Considere para la masas de la locomotora (m_l) y de los vagones (m_{vl}, m_{v2}, m_{v3}) las siguientes: $m_l=1,4x10^4kg$; $m_{vl}=6,5x10^3kg$; $m_{v2}=8,5x10^3kg$; $m_{v3}=5,0x10^3kg$. La figura 3.22 muestra la situación planteada.

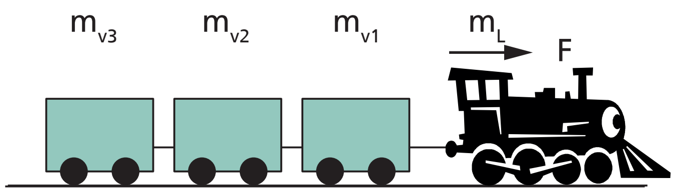


Figura 3.22

1. Considerando que la fuerza de la locomotora debe movilizar la masa total (m_t) del tren $(m_t=m_l+m_{v1}+m_{v2}+m_{v3})$, calcule el valor de la aceleración que le proporciona al tren la fuerza del motor de la máquina.
2. Determine el valor de la tensión que debe soportar la cuerda que une a la loco-motora con el primer vagón. Como ayuda planteamos a conti-nuación el siguiente diagrama de cuerpo libre (así se llama el dibujo de un cuerpo y todas las fuerzas que sobre él actúan) para la locomotora. Elegido el sistema de coordenadas dibujado junto a la locomotora, ya podemos plantear la segunda Ley de Newton. En este caso ya conocemos la aceleración del sistema (es la que calculamos en el punto anterior), también el valor de la fuerza que aplica el motor a la locomotora, por lo cual podemos calcular el valor de la tensión (T_1) en la cuerda.
3. Calcule el valor de la tensión en cada una de las cuerdas que unen el resto de los vagones.
4. Si el tren arranca desde el reposo, calcule la velocidad que alcanza y la distancia que recorre en 2 minutos.

VI. Un cajón de masa $m=30kg$ es arrastrado por dos personas A y B, que ejercen sobre él las fuerzas $\vec{F}_A$ y $\vec{F}_B$ como indica la figura 3.23.

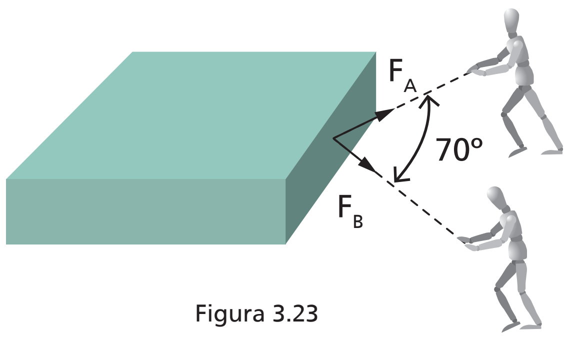


Figura 3.23

1. Si los módulos de las fuerzas son $F_A=10N$ y $F_B=20N$, calcule el módulo de la resultante de sumar ambas fuerzas.
2. Si el ángulo entre las fuerzas aumenta hasta $180°$, el módulo del vector resultante ¿AUMENTA, DISMINUYE o PERMANECE CONSTANTE? Elija una respuesta y fundamente su elección.
3. Suponga que a pesar de aplicar al cajón una fuerza cuya resultante usted calculó, éste no se mueve a causa de la fuerza de rozamiento entre el cajón y la mesa. Puede usted afirmar que la fuerza de rozamiento es ¿igual, mayor o menor que la fuerza resultante calculada? Fundamente su respuesta.

VII. Una persona empuja un escritorio que posee ruedas de deslizamiento (rozamiento nulo), con una fuerza $\vec{F}$, constante, de valor $F=400N$, entre los puntos A y C. La masa del escritorio es $m=110kg$. La figura 3.25, ilustra sobre la situación planteada.

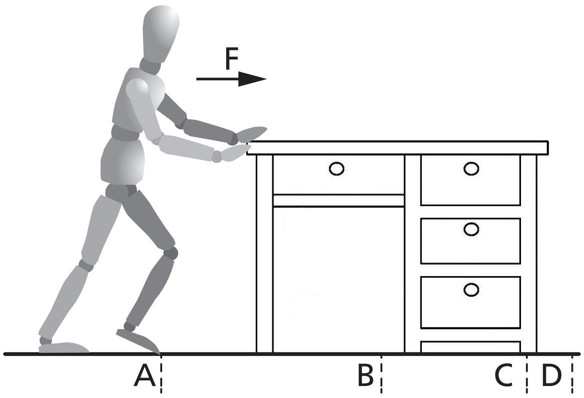


Figura 3.25

1. Calcule el trabajo desarrollado por la persona si mantiene aplicada la fuerza $\vec{F}$ mientras el mueble se desplaza entre los puntos A y C.
2. Utilizando el teorema del trabajo y la energía calcule la velocidad del escritorio en el punto C y en el punto D.
3. Dibuje todas las fuerzas que actúan sobre el escritorio cuando este pasa por el punto B.

VIII. En algunos parques de atracciones se puede descender por una rampa como la que se muestra en la figura 3.26. El hombre arranca desde la cima de la rampa con una velocidad $v_0=0,5m/s$.

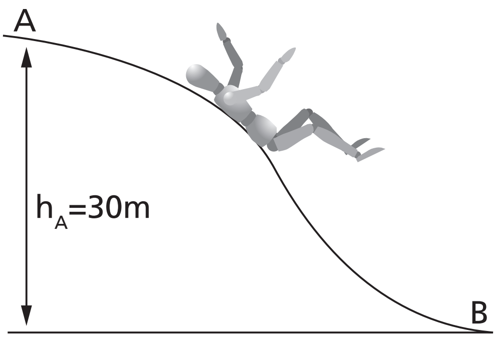


Figura 3.26

1. Calcule la energía potencial de un hombre tipo *(m=70kg)* cuando este se encuentra en la cima de la rampa.
2. Utilizando el principio de conservación de la energía $(E_A=E_B)$ o $(Ec_A+Ep_A = Ec_B+Ep_B)$ calcule la velocidad del hombre en la base de la rampa. Suponga que el rozamiento en la rampa es nulo.
3. ¿Qué distancia Δx se necesita para detener el cuerpo que cae si el coeficiente de rozamiento en la base de la rampa vale $\mu_d=0,5$.
4. Calcule el tiempo que tarda en detenerse a partir del momento que llega a la base de la rampa.

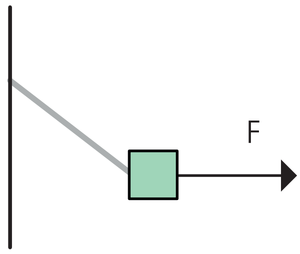
PROBLEMAS PROPUESTOS

Problema N° 1

Un cubo de masa *m=600g*, se sostiene por efecto de una fuerza horizontal F y de una cuerda que lo sujeta y se fija a una pared, como lo muestra la figura.

→ Si se sabe que la fuerza máxima que es capaz de hacer la cuerda sin romperse es *T=2Kg*, ¿cuál es la mínima inclinación (ángulo que forma con la horizontal) que debe tener la cuerda para no romperse?.

→ En esas condiciones, ¿cuál es el valor de la fuerza *F* necesaria para mantener el equilibrio?.

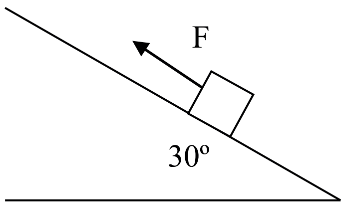


Problema N° 2:

Un cubo de masa *m* está en equilibrio sobre un plano inclinado por efecto de una fuerza F cuya intensidad es igual a $5x10^6$ *dyna*. El ángulo de inclinación del plano con la horizontal mide *30º*.

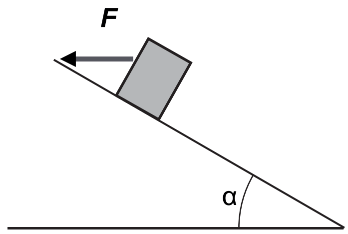
→ ¿Cuál es el valor de la masa m del cubo?.

→ Para la misma masa, manteniendo constantes la fuerza y la inclinación del plano: ¿Cuál es el valor de la fuerza *F* necesaria para mantener el equilibrio si el plano inclinado es rugoso y su coeficiente de rozamiento es igual a *0,2*?.



Problema N° 3:

Un cuerpo de 0,030 Tn de peso asciende por una rampa inclinada por acción de una fuerza *F* horizontal como indica la figura. Si la aceleración que adquiere es de $2,5\ m/s^2$, el coeficiente de rozamiento para esa situación es igual a *0,3* y $\alpha = 30º$ determine:



→ El valor de la fuerza normal N

→ El valor de la fuerza F

→ El trabajo de fuerza resultante al cabo de $7\ s$.

→ El trabajo de la fuerza de rozamiento para ese mismo intervalo. Indique su signo.

PREGUNTAS (Elija la opción correcta)

1. Los sistemas no conservativos son aquellos en los que *(se realiza trabajo sobre ellos variando su energía mecánica / se realiza trabajo sobre ellos incrementando siempre su energía mecánica)*

2. El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento *(incrementa la energía / disminuye la energía del sistema)*

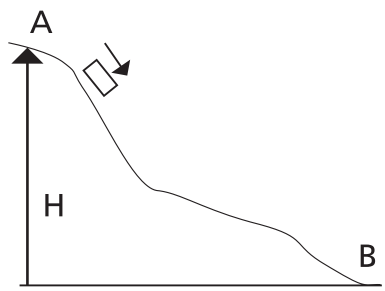
3. Para que una fuerza realice trabajo sobre un cuerpo, es necesario que *(la fuerza sea paralela al desplazamiento / el desplazamiento sea no nulo)*

4. Para que una fuerza realiza trabajo sobre un cuerpo *(debe estar aplicada a lo largo de todo el desplazamiento considerado / debe ser no conservativa)*

5. El trabajo realizado por una fuerza sobre un cuerpo *(depende de su proyección en la dirección del desplazamiento / no es nulo cuando la fuerza y el desplazamiento son perpendiculares)*

Problema N° 4:

Un cuerpo que tiene una masa de 30 dg se desliza por una rampa como se muestra en la figura.



→ Sabiendo que el cuerpo inicia su movimiento partiendo del reposo en el punto A y que al pasar por B su velocidad es igual a $3\ km/hs$, calcular la diferencia de altura H entre ambos puntos. Asumir que no existen fuerzas de rozamiento entre la rampa y el cuerpo.

→ Calcular la Energía potencial del cuerpo en el *punto A*.

Problema N° 3:

Se lanza verticalmente y hacia arriba un proyectil en el vacío. La masa del proyectil mide $5{,}6\ g$. Si se asume al sistema como CONSERVATIVO y realizando consideraciones energéticas, responda:

→ ¿Cuál es el valor de la energía potencial del proyectil cuando se encuentra a un altura de $20m$?

→ ¿Cuál es la velocidad con que deberá lanzarse para que la altura máxima sea de 45 m?

→ Manteniendo la velocidad de lanzamiento, si la masa se duplica: ¿Qué altura alcanzará el proyectil?

Problema N° 4:

Un niño se hamaca en un columpio que se asume sin pérdidas y conservativo. Si su peso es de 36 kgf y alcanza una altura de 80 cm con respecto al punto más bajo:

→ Calcule la velocidad máxima que adquiere

→ Calcule la Energía potencial máxima

→ Calcule el trabajo de la fuerza peso del niño

UNIDAD 4

FLUIDOS EN REPOSO Y EN MOVIMIENTO

1. INTRODUCCIÓN

Las sustancias que pueden fluir, en reposo y en movimiento, se estudian en capítulos de la Física que se denominan *Hidrostática* e *Hidrodinámica,* respectivamente. Un fluido es una sustancia que puede escurrir fácilmente y que puede cambiar de forma, debido a la acción de pequeñas fuerzas. Por lo tanto, el término fluido incluye a los líquidos y los gases.

Sobre la base de lo estudiado en capítulos anteriores, trataremos en este capítulo de apli-

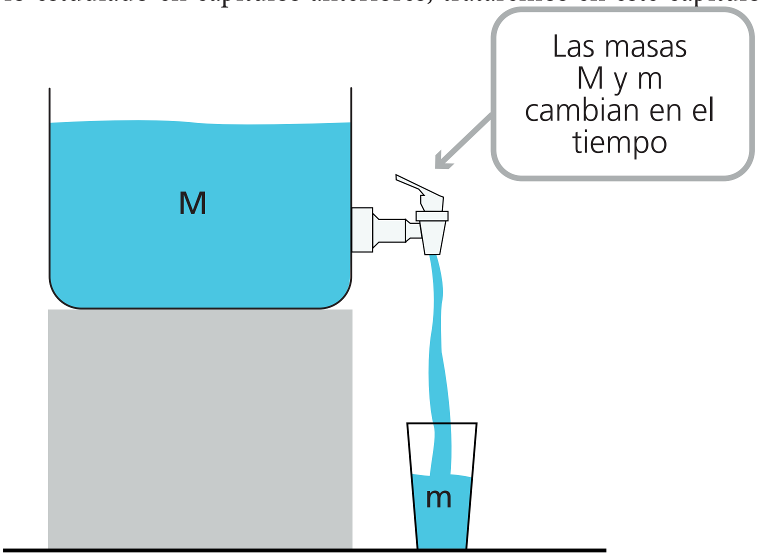


Figura 4.1. La masa del fluido cambia, tanto en el tanque como en el balde.

car las leyes de la mecánica a los fluidos. En mecánica, vimos que si podemos identificar las fuerzas que actúan sobre uno o varios objetos, podemos predecir el movimiento subsiguiente o describir el estado de equilibrio. Para nuestro análisis de los fluidos utilizamos la misma idea, pero tendremos que tener en cuenta que una masa dada de fluido no tiene siempre la misma forma y dado que la misma escurre, su valor en un determinado recipiente no permanece constante. Esta complicación se evitará utilizando los conceptos de *densidad* y de *presión* en lugar de los conceptos de masa y fuerza que utilizamos anteriormente.

Una condición importante en el análisis que sigue es que el fluido sea incomprensible, es decir que no se pueda comprimir o que una misma masa de fluido ocupe siempre el mismo volumen aunque su forma pueda variar. Esta condición se cumple casi a la perfección en los líquidos, pero no se cumple en los gases, en los cuales el volumen que ocupa una determinada masa de gas, puede modificarse ejerciendo fuerzas de alguna manera.

Para el caso del estudio de los fluidos en movimiento, debe considerarse que existen algunos en la naturaleza que presentan una especie de fricción interna (fuerzas de roce) o viscosidad que complica un poco el estudio de su movimiento. Sustancias como el agua y el aire presentan muy poca viscosidad (escurren fácilmente), mientras que el aceite, la miel y la glicerina tienen una viscosidad elevada.

En una primera parte de este capítulo no tendremos necesidad de considerar la viscosidad porque sólo nos ocuparemos de los fluidos en reposo. En la parte final, estudiaremos los fluidos en movimiento y en ese caso será necesario considerar las fuerzas de roce viscosas.

2. PRESIÓN Y DENSIDAD (O MASA ESPECÍFICA)

4.2.1. Presión

Con el propósito de ilustrar sobre el concepto de presión, trabajaremos sobre un caso concreto. Supongamos un cuerpo cuyo peso vamos a designar por $\vec{F} = \vec{P} = m\vec{g}$, apoyado sobre una mesa, como muestra la figura 4.2. Sea A el área sobre la cual se apoya. Observemos que la compresión que el objeto ejerce sobre la superficie debido a su peso, está distribuida en toda el área A, y la fuerza $\vec{F}$ que produce la compresión es perpendicular a la superficie. Se define, entonces, la presión producida por una fuerza $\vec{F}$, perpendicular a una superficie y distribuida sobre su área A, de la siguiente manera:

$$p = \frac{F}{A}$$

La presión tiene unidades de fuerza por unidad de área. La unidad en el SIMELA es el Pascal cuyo símbolo es *"Pa"*. Una presión vale 1 Pascal, cuando la fuerza total que actúa sobre una superficie de *1 m²* es de 1 N. En consecuencia *1 Pa= 1 N/m²*. La unidad se lla-ma pascal (Pa) en honor al teólogo y científico del siglo XVII Blaise Pascal. Una presión de 1 Pa es muy pequeña, equivale aproximadamen-te a la presión que ejerce un billete extendido sobre una mesa. Los científicos usan mas a menudo el Hectopascal (*1 HPa = 100 Pa*).

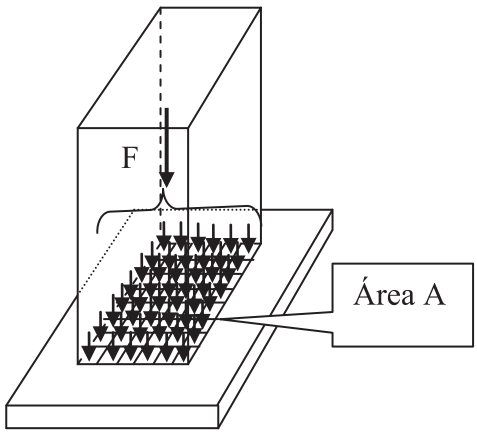


Figura 4.2. El peso total del bloque, puede considerarse descompuesto en pequeñas fuerzas que actuan en pequeñas superficies.

Existen otras unidades que también se utilizan para medir la presión: Estas unidades y sus equivalencias con el Pascal, se muestran a continuación:

$$bar = 10^5 \frac{N}{m^2}$$
$$mbar = 1 HPa$$
$$\text{torr} = 1\ mm\ Hg$$

El *bar* y el *milibar* se usan mucho en meteorología, en razón de que una presión atmosférica normal al nivel del mar, es de *1 bar*.

Cuando estudiamos los fluidos, es común usar el *milímetro de mercurio (mm Hg)* como unidad de presión. Una presión de *1 mm Hg* es la presión ejercida sobre su base por una columna de mercurio de *1 mm* de altura. La presión de *1 mm Hg* es muy pequeña y esta unidad se emplea, por ejemplo, en los laboratorios, para medir la presión de gases enrarecidos. El *torr* (Torriccelli) o *milímetro de mercurio* (mm Hg) se utiliza en medicina y en Fisiología. La presión sanguínea para una persona con buen estado de salud, tiene aproximadamente como valor mínimo *80 mm de Hg* u *8 cm de Hg* y como máxima *120 mm de Hg* o *12 cm de Hg*. La presión atmosférica normal es la de una columna de mercurio de 760 mm (76 cm) de altura y equivale a *101.300 Pa* ó *1.013 HPa*.

En la práctica, los ingenieros y los técnicos suelen emplear como unidad al *bar* ($1\ bar = 1\ kgf/cm^2$). En máquinas y aparatos de fabricación norteamericana (o inglesa) se usa la "libra por pulgada cuadrada" (lb/plg^2) como unidad de presión. En las estaciones de servicio, por ejemplo, los manómetros (aparatos que sirven para medir la presión del aire en los neumáticos de automóvil) están calibrados en esta unidad. Una presión de 1 lb/plg^2 equivale aproximadamente a *6891 Pa* o a una fuerza de 1 libra (1 libra ≅ 0.5 kgf), que actúa sobre un área de $(2{,}54\ cm)^2=6{,}5\ cm^2$.

Cuando deseamos medir presiones elevadas (de gases comprimidos, del vapor en una caldera, etc.) empleamos una unidad que se conoce como *atmósfera* (atm). Según señalábamos en un párrafo anterior *1 atm = 76 cm Hg = 760 mm Hg*

En próximas secciones veremos porque esta unidad recibe el nombre de atmósfera. En consecuencia y dado que una atmósfera es *101.300 Pa*, es también igual a 14,7 lb/plg^2. Cuando inflamos los neumáticos de nuestro automóvil y medimos con el manómetro una presión de alrededor de *"28 ó 30"*, lo que estamos haciendo es lograr en el interior del neumático una presión de alrededor de 2 atmósferas por encima de la presión externa al mismo, que es la presión atmosférica.

Por ejemplo, si en la figura 4.2 el valor del peso del objeto fuera *100 N* (mas o menos el peso de una masa de *10 kg*), y estuviese distribuido en un área $A = 0{,}020\ m^2$, la presión sobre la superficie sería

$$p=\frac{F}{A}=\frac{100}{0{,}020}$$

$$p=5.000\frac{N}{m^2}=0{,}50\frac{N}{cm^2}$$

El resultado muestra que en cada cm^2 (*200 ava* parte de la superficie), actúa una fuerza de *0,50 N* (aproximadamente peso de un cuerpo de masa *0,05 kg*). Debe observarse que el valor de la presión no sólo depende del valor de la fuerza ejercida, sino también del área A sobre la cual se distribuye la fuerza. Una vez establecido el valor de *A*, la presión será, evidentemente, proporcional a la magnitud de *F*. Por otra parte, una misma fuerza podrá producir diferentes presiones y ello dependerá del área sobre la cual actúe. En consecuencia, si el área *A* fuese muy pequeña, podríamos obtener grandes presiones incluso con fuerzas pequeñas. Por este motivo, los utensilios para cortar (un cuchillo, unas tijeras, un hacha, etc.) deben estar bien afilados, y las herramientas o útiles de perforación (un clavo, una broca, un tornillo para madera, etc.) debe ser puntiagudos. De esta menta, el área sobre la cual actúe la fuerza ejercida por tales objetos, será muy pequeña, logrando así una presión muy intensa, lo cual facilita la obtención del efecto deseado.

En otros casos, cuando se quieren obtener presiones pequeñas hay que hacer que la fuerza se distribuya sobre áreas grandes. Para caminar en la nieve se usan zapatos especiales, con un área de apoyo muy grande, a fin de reducir la presión y evitar el hundimiento. También, para disminuir la presión sobre el suelo, los constructores apoyan las paredes de una casa sobre cimientos cuya área es mayor que la de asiento de la pared.

2.2. Densidad

Una masa dada de un fluido incompresible ocupará siempre un determinado volumen V, independientemente de su forma. En el caso de los sólidos (ya no se trata de un fluido) también puede hablarse de masa y volumen de un cuerpo, claro que ahora no es necesario hacer salvedad alguna en relación a su forma, ya que esta no cambia y difícilmente se pueda cambiar su volumen. En consecuencia definimos la densidad de un fluido o un sólido, como su masa por unidad de volumen

$$\rho = \frac{m}{V}$$

La unidad de la densidad debe ser la relación entre una unidad de masa y una unidad de volumen. En el SIMELA, la densidad se mide en kg/m^3. En la práctica es muy común el uso de la unidad g/cm^3. Es muy fácil demostrar que $1\ g/cm^3 = 10^3\ kg/cm^3$. La tabla 4.1, muestra una gran variedad de densidades para distintas sustancias

Sustancia	Densidad (kg/m^3)	Sustancia	Densidad (kg/m^3)
Espacio interestelar	10^{-18} a 10^{-21}	Sol (promedio)	1.41×10^3
Hidrógeno	0.090	Azúcar	1.6×10^3
Oxígeno	1.43	Magnesio	1.7×10^3
Helio	0.178	Hueso	$(1.5\text{-}2.0) \times 10^3$
Aire seco (30°C)	1.29	Marfil	$(1.8\text{-}1.9) \times 10^3$
Espuma de estireno	0.03×10^3	Vidrio	$(2.4\text{-}2.8) \times 10^3$
Madera de balsa	0.12×10^3	Cemento	$(2.7\text{-}3.0) \times 10^3$
Corcho	$(0.2\text{-}0.3) \times 10^3$	Aluminio	2.7×10^3
Madera de pino	$(0.4\text{-}0.6) \times 10^3$	Mármol	2.7×10^3
Éter	0.74×10^3	Luna	3.34×10^3
Alcohol etílico	0.79×10^3	Planeta Tierra, promedio	5.25×10^3
Acetona	0.79×10^3	Hierro	7.9×10^3
Aguarrás	0.87×10^3	Níquel	8.8×10^3
Benceno	0.88×10^3	Cobre	8.9×10^3
Mantequilla	0.9×10^3	Plata	10.5×10^3
Aceite de oliva	0.92×10^3	Plomo	11.3×10^3
Hielo	0.92×10^3	Mercurio	13.6×10^3
Agua (0 °C)	$0.999\ 87 \times 10^3$	Uranio	18.7×10^3
Agua (20 °C)	$1.001\ 80 \times 10^3$	Oro	19.3×10^3
Asfalto	1.02×10^3	Platino	21.5×10^3
Agua de mar	1.025×10^3	Osmio	22.5×10^3
Sangre entera	1.05×10^3	Materia nuclear	$\approx 10^{17}$
Caucho duro	1.2×10^3	Estrella de neutrones, núcleo	$\approx 10^{18}$
Lladrillo	1.4 a 2.2×10^3	Agujero negro (1 masa solar)	$\approx 10^{19}$

Tabla 4.1. Densidades para distintas sustancias
(Los gases están a 0 °C y 1 atm a menos que se indique otra cosa).

Por ejemplo, un bloque de hielo (un cubito a 0ºC) de volumen *0,000005* m^3 *= 5,0* cm^3 y masa *0.0047 kg* tendrá una densidad

$$p = \frac{m}{V} = \frac{0,0046kg}{0,000005m^3} = 920\frac{kg}{m^3}$$

Este resultado está indicando que *1* m^3 de hielo tendrá una masa de *920 kg* (casi una tonelada). Otra unidad que puede resultar útil para expresar la densidad es el kg/dm^3 (esta unidad es 1.000 veces más chica que el kg/m^3) y está referida a la cantidad de masa que se encuentra en un volumen de $1dm^3$ (en medida de capacidad *1 litro*). Con esta unidad resultan valores más fáciles de emparentar con la realidad. La tabla 4.2 muestra algunos valores y según se discutirá más adelante veremos porque el cuerpo humano normalmente no flota en el agua, aún cuando en agua salada si puede hacerlo.

Sustancia	Densidad en kg/dm^3
Helio	0.000178
Aire seco (30°C)	0.00129
Hielo	0.920
Agua (20 °C)	1.0018
Cuerpo humano (promedio)	1.02
Agua de mar (muy salada)	1.04
Aluminio	2.7
Hierro	7.9
Plomo	11.3
Oro	19.3

Tabla 4.2. Algunos valores de densidades en kg/m^3

3. LEY GENERAL DE LA HIDROSTÁTICA

3.1 La Presión atmosférica. El aire, como cualquier sustancia tiene masa de acuerdo a los elementos químicos que lo componen: Nitrógeno, Oxígeno, etc. Esta masa del aire es atraída por la tierra y en consecuencia tiene peso. Debido a esto, la capa atmosférica que envuelve a la Tierra y que alcanza una altura de decenas de kilómetros, ejerce una presión sobre los cuerpos sumergidos en ella. Esta presión se denomina *presión atmosférica*.

En todos los planeta con atmósfera existe una presión atmosférica con cierto valor. En la luna, como no hay atmósfera, no hay, por consiguiente, presión atmosférica. Hasta la época de Galileo (siglo XVII) la existencia de la presión atmosférica era desco-nocida

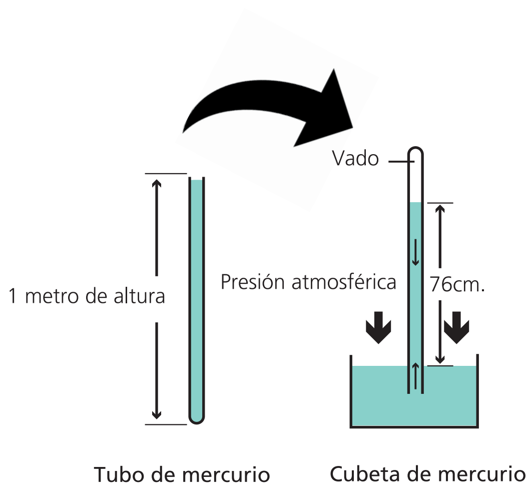


Figura 4.3. Experimento que realizó Torricelli, para demostrar la presencia de la presión atmosférica.

por muchos, e incluso, muchos estudiosos de la física la negaban. EL físico italiano Torricelli, contempo-ráneo y amigo de galileo, realizó un famoso experimento que, además de demostrar que la presión atmosférica realmente existe, permitió la determinación de su valor.

Para efectuar su experimento Torricelli tomó un tubo de vidrio, de casi 1 m de longitud y cerrado por uno de sus extremos, y lo llenó de mercurio (figura 4.3.a) Tapando el extremo abierto con un dedo e invirtiendo el tubo, sumergió este extremo en un recipiente que también contenía mercurio. Al destapar el tubo, estando éste en posición vertical, Torricelli comprobó que la columna líquida baja hasta tener una altura de así 76 cm., por arriba del nivel del mercurio del recipiente (figura 4.3.b) Concluyó entonces que la presión atmosférica p_a, al actuar sobre la superficie del líquido del recipiente, lograba equilibrar el peso de la columna de mercurio. Observe que arriba del mercurio, en el tubo, existe un vacío, pues si se hiciera un orificio en esta parte, a fin de permitir la entrada del aire, la columna descendería hasta nivelarse con el mercurio del recipiente.

Variación de la presión atmosférica con la altura	
Altitud (m)	Presión atmosférica, p_a en cm de Hg
0	76
500	72
1.000	67
2.000	60
3.000	53
4.000	47
5.000	41
6.000	36
7.000	31
8.000	27
9.000	24
10.000	21

Tabla 4.3. La presión atmosférica disminuye con la altitud.

Como la altura de la columna líquida en el tubo era de 76 cm, Torricelli llegó a la conclusión de que el valor de la presión atmosférica p_a, equivale a la presión ejercida por una columna de mercurio de 76 cm de altura, es decir $p_a = 76\ cm\ Hg$. Por este motivo, una presión de *76 cm Hg* recibe el nombre de atmósfera y se emplea como unidad de presión, conforme vimos en la sección anterior.

Cuando el experimento realizado por Torricelli no se realiza a nivel del mar (por ejemplo en nuestro país en “Las Cuevas”, lugar en que la altura sobre el nivel del mar es de alrededor de 4000m), la altura de la columna de mercurio es menor. Claro, es menor, por que el peso del aire que tenemos por encima ya no es el mismo que el que teníamos cuando estábamos a nivel del mar. La figura 4.3 ilustra sobre lo que acabamos de señalar.

El experimento que estamos analizando podría realizarse usando otros líquidos en lugar del mercurio, pero ocurre que para lograr la misma presión en la base de la columna, presión que como veremos más adelante sólo depende de su altura del líquido en dicha columna, necesitaríamos de alturas que volverían muy difícil de transportar al aparato. Por ejemplo, si

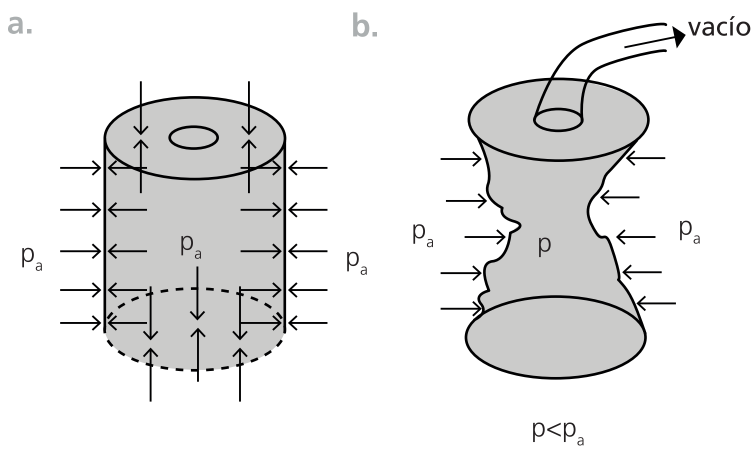


Figura 4.4. La presión externa, en ausencia de presión interna, aplasta la lata

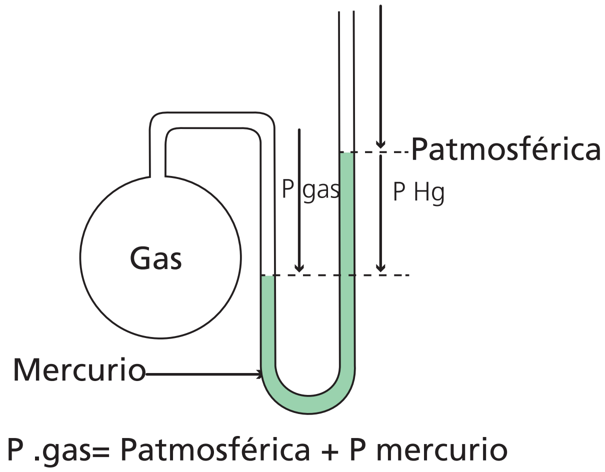


Figura 4.6. Cuando sólo nos interesa el desnivel en las columnas de líquido del tubo en "U" el aparato mide presiones manométricas y se denomina manómetro.

el experimento se llevara a cabo con agua, como su densidad es *13.6 veces* menor que la del mercurio, la altura de la columna de agua será *13.6 veces* mayor, o sea igual a *10.3m*.

El aparato de la figura 4.3 se denomina barómetro, y es el que habitualmente se utiliza para medir la presión atmosférica. Existen barómetros de varios tipos: el empleado por Torricelli o de cubeta de mercurio, el de cápsula, etc. La información de la presión atmosférica es muy útil para realizar el pronóstico del tiempo. El barómetro se puede usar también como altímetro ya que la altura de un lugar en relación con el nivel del mar, afecta la presión del lugar, por lo que señalamos en párrafos anteriores.

Algunos ejemplos relacionados con la presencia de la presión atmosférica indican que si con una *bomba de vacío* (o una *máquina neumática)* podemos extraer gran parte del aire del interior de una lata vacía, esta será aplastada por la presión atmosférica. Antes de retirar el aire lo anterior no sucedía porque la presión atmosférica actuaba tanto en el interior como en el exterior de la lata (figuras 4.4.a). Al conectar la bomba de vacío, la presión interna se vuelve mucho menor que la externa, y la lata es aplastada (figura 4.4.b).

La primera máquina neumática fue creada por Otto von Guericke, en Magdeburgo, Alemania, con la cual demostró la presencia de la presión atmosférica. El experimento se conoce como de los “hemisferios de Magdeburgo”. Con dos semiesferas metálicas bien ajustadas, von Guericke formó una esfera hueca de casi 50 cm de diámetro (figura 4.5), y luego extrajo el aire del interior. Como la presión interna se redujo mucho, la presión externa (o sea, la presión atmosférica) unió tan fuertemente los dos hemisferios, que se necesitaron 16 fuertes caballos para separarlos.

El instrumento que sirve para medir la presión de un gas encerrado en un recipiente, se denomina *manómetro*. Uno de los manómetros más utilizado es un tubo de vidrio en “U” , con una manguerita en uno de sus extremos, que contiene en general mercurio. Para utilizarlo se conecta la manguerita al recipiente en el cual se desea medir la presión. La figura 4.6 ilustra sobre el manómetro y sobre su conexión.

Si como expresamos anteriormente la presión en el seno del líquido sólo depende de la altura de la columna de aire, la presión en la rama izquierda del tubo (punto A) logra equilibrar a la presión en la rama derecha (punto B). La presión en la rama izquierda es la presión interna (p_i) que se quiere medir. La presión en la columna de la derecha, es la presión atmosférica (pa) más el desnivel en la columna de mercurio (cm de Hg). En consecuencia se puede inferir para la **presión absoluta** interna en el recipiente

$$p_i = p_a + \text{desnivel en las columnas de Hg}$$

Si sólo nos interesa el valor de presión en el interior del recipiente, en comparación con la presión atmosférica, sólo interesa el desnivel en las columnas de Hg. Es ente caso que decimos que el aparato mide **presiones relativas o manométricas** y por ese motivo se denomina manómetro.

3.2. Variación de la presión con la profundidad

Como ya señalamos la presión atmosférica disminuye a medida que se asciende en la atmósfera y por lógica aumenta cuando se desciende. Naturalmente, esto es de esperar, pues el peso de la capa de aire que ejerce la presión atmosférica en determinado lugar, será menor cuanto mayor sea la altura del mismo sobre el nivel del mar y mayor cuando mayor sea dicha altura.

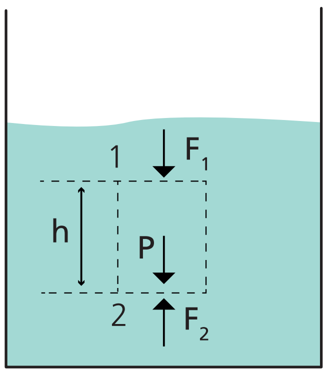


Figura 4.7. La presión en el seno de un líquido aumenta con la profundidad, a un ritmo que depende de la densidad del líquido

Cuando uno se sumerge en el agua de una piscina, existe una situación parecida. Conforme nos sumergimos, la presión aumenta, pues el peso de la capa líquida que ejerce la presión en un punto, será mayor cuanto más grande sea la profundidad de dicho punto. Este hecho se produce en todos los fluidos, de un modo general. En seguida estableceremos una relación matemática que permitirá calcular la presión en el interior de un fluido a una profundidad determinada.

En la figura 4.7 se indican los puntos 1 y 2 en el interior de un fluido de densidad ρ. La diferencia de nivel entre estos puntos es *h*. Consideremos una porción del líquido, de forma cilíndrica, como si estuviese separada del resto del líquido. Dicha parte está en equilibrio por la acción de su propio peso P y de las fuerzas que el resto del líquido ejerce sobre ella. En la dirección vertical, estas fuerzas son:

- → F_1: fuerza que actúa hacia abajo sobre la superficie superior del cilindro, y que se debe al peso de la capa de líquido situada encima de esta superficie
- → F_2: fuerza que actúa sobre la superficie inferior de la porción cilíndrica.
- → *P*: peso del fluido encerrado en el cilindro imaginario

Obsérvese que como el cilindro está en equilibrio, P y F_1 están dirigidas hacia abajo, y F_2, deberá estar dirigida hacia arriba. Podemos, entonces, escribir que dado el equilibrio señalado, se debe cumplir

$$\sum F_y = -F_1 - P + F_2 = 0 \quad \text{ó} \quad F_2 = F_1 + P$$

Si consideramos que la fuerza en las tapas del cilindro es igual a la presión por la superficie en dichos puntos, resulta para las fuerzas

$$F_1 = p_1 A \qquad y \qquad F_2 = p_2 A$$

y si también escribimos el peso en función de la geometría del cilindro y de la densidad del fluido, resulta

$$P=mg=(\rho V)g=(\rho Ah).g$$

Donde consideramos V=Ah para el volumen del cilindro y m=Ahρ para la masa del cilindro. Aplicando estas relaciones en la primera condición de equilibrio, resulta

$$p_2 A = p_1 A + \rho A h g$$

o bien

$$p_2 = p_1 + \rho g h$$

Esta ecuación muestras que la presión en el punto 2, es mayor que en el punto 1, y que el aumento de la presión al pasar de 1 a 2 , está dado por ρgh. La relación $p_2 = p_1 + \rho gh$ es tan importante en el estudio de la estática de los fluidos, que suele ser denominada E*cuación Fundamental o Ley General de la Hidrostática.*

Suponiendo que uno de los puntos se encuentra en la superficie del líquido y que el otro punto está a una profundidad h (figura 4.7) vemos que la presión en el punto (1) será la presión atmosférica p_a, y en consecuencia la presión en el segundo punto (2) se puede obtener por la relación

$$p_2 = p_a + \rho gh$$

Dicha ecuación nos permite señalar que la presión en determinado punto en el seno del líquido, consta de dos partes: la primera p_a, representa la presión ejercida en la superficie libre del líquido, y la segunda, ρhg, representa la presión originada por el peso del propio líquido. La presión ejercida solamente por el líquido está dada por ρgh y ese término es el que se utiliza para calcular la *presión manométrica.*

3.3. Algunas aplicaciones de la Ley General de la Hidrostática

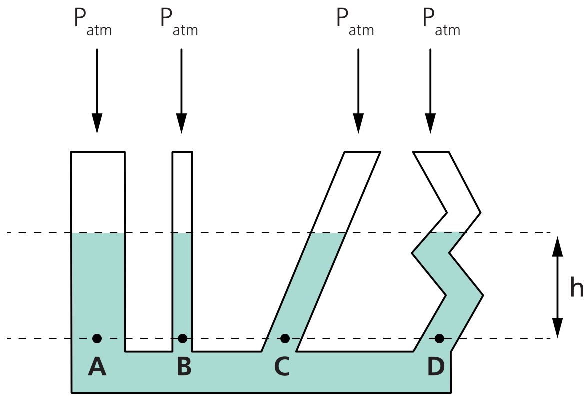


Figura 4.8. El nivel del líquido en los distintos recipientes, se encuentra a la misma altura.

Vasos comunicantes. Consideremos tres reci-pientes de distinto tamaño y de distinta forma, cuyas bases están unidad por un tubo (figura 4.8). Tales recipientes, comunicados en la parte inferior, se denominan "vasos comunicantes". Coloquemos un líquido cualquiera en estos va-sos y esperemos que se alcance el estado de equilibrio. Los puntos E, F y G, situados en un mismo nivel horizontal, deben estar sometidos a presiones iguales, pues de lo contrario, el líquido no estaría en equilibrio. Siendo ρ la densidad del líquido, podemos escribir

Para el punto A:	$p_A = p_a + \rho gh_A$
Para el punto B:	$p_B = p_a + \rho gh_B$
Para el punto C:	$p_C = p_a + \rho gh_C$
Para el punto D:	$p_D = p_a + \rho gh_D$

Como $p_A = p_B = p_C$ y la p_a es la misma en los tres recipientes, concluimos que $h_A = h_B = h_C$, que significa que la superficie del líquido en los tres recipientes, estará a la misma altura.

El hecho de que un líquido tiende a nivelarse en los vasos comunicantes tiene aplicaciones interesantes. Los jardineros, los albañiles o los pintores de obra, para poner al mismo nivel dos puntos en las construcciones, suelen utilizar u-na manguera transparente llena de agua (figura 4.9). Se debe tener un cuidado especial de que no queden burbujas en el agua de la manguera. Ajustando el nivel del agua en una de las ramas de la manguera a un punto de una pared, con las otra rama pueden situar otros puntos en otros sitios que deberán estar a la misma altura.

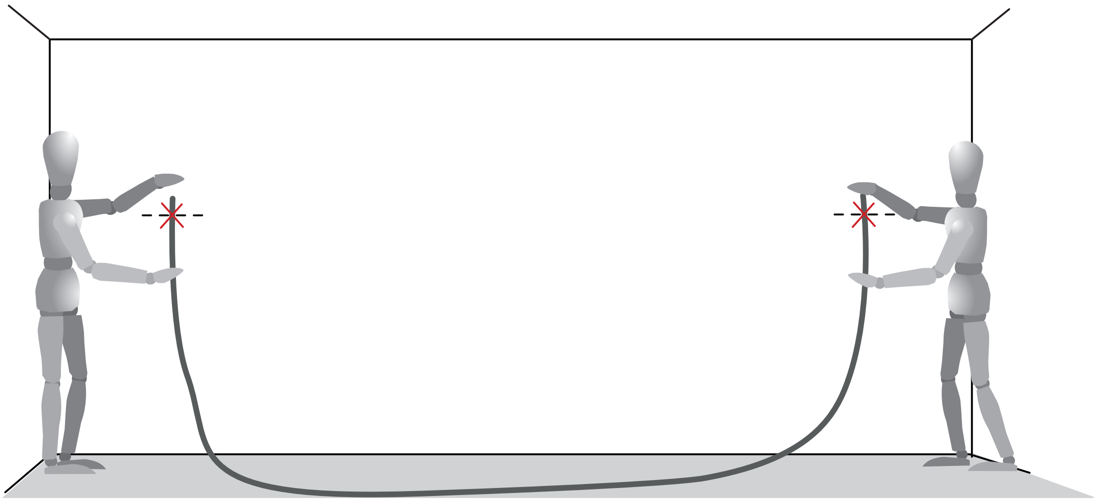


Figura 4.9. En albañilería se utiliza una manguera transparente para mantener un cierto nivel.

También se debe a esta propiedad de los vasos comunicantes, que el tanque elevado del agua en algunas casas pueda recibir el líquido de los depósitos generales de la ciudad sin necesidad de ninguna bomba que lo haga subir. Naturalmente, un tanque en esas condiciones no podrá estar colocado a un nivel más alto que el del depósito que surte a una ciudad, ya que en ese caso no le llegará el agua.

Cuando se perfora un pozo artesiano y el agua brota también sin necesidad de bombas, su explicación se basa en la misma propiedad. En este caso, el manto subterráneo de donde proviene el agua presenta con configuración similar a la de la figura 4.10. Una parte del depósito de agua se halla a un nivel superior al del sitio en el cual se ha realizado el orificio y por ese motivo el agua sale sola del pozo sin una bomba que la extraiga. El punto de máxima altura del depósito (manto acuífero) definirá la velocidad con la cual sale el chorro de agua por el pozo, y la altura máxima del mismo.

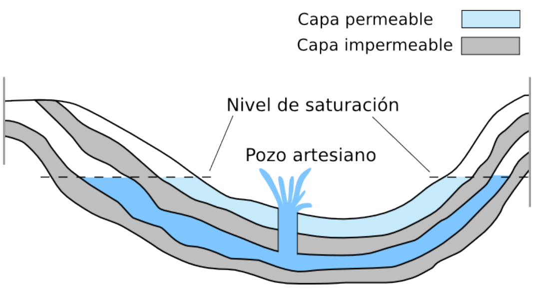


Figura 4.10. El agua sale del pozo sin necesidad de bombas

Algunas preguntas para pensar

1. ¿Es mayor la presión en el fondo de una bañera llena de agua hasta una profundidad de 30 cm o en el fondo de una jarra de agua de 35 cm de profundidad?
2. Un albañil desea hacer una marca en la parte posterior de un edificio a la misma altura de los tabiques que ya ha colocado en la parte anterior. ¿Cómo se podría determinar la misma altura valiéndose únicamente de una manguera transparente y un poco de agua?

Respuestas

Hay más presión en el fondo de la jarra porque el agua tiene más profundidad. El hecho de que la bañera contenga una cantidad mayor de agua no importa.

A fin de determinar la misma altura, el albañil podría extender la manguera desde el frente de la casa hasta la parte posterior y luego llenarla de agua hasta que el nivel del líquido llegue a la altura de los tabiques ya colocados. ¿Cómo el agua busca su propio nivel, el nivel del agua en el otro extremo de la manguera será el mismo!

Principio de Pascal. Si en la figura 4.7, por algún mecanismo aumentáramos la presión en la superficie del líquido (punto 1), dado que se mantiene la relación $p_2 = p_1 + \rho gh$, también aumentaría la presión en el punto (2). Si el aumento de presión en (1) es Δp_1, el aumento de presión en (2) será Δp_2, de manera que

$$\Delta p_2 = \Delta p_1$$

es decir, el aumento de la presión en un punto (2) es igual al aumento de la presión provocado en el punto (1). Este hecho fue descubierto experimentalmente (en 1653) por el científico francés Pascal, quien lo enunció como sigue: "el incremento de presión en un punto de un líquido en equilibrio, se transmite íntegramente a todos los puntos de dicho líquido". Debido a ello, esta propiedad de los líquido se denomina *Principio de Pascal.* Observe que aun cuando en la época de Pascal esta propiedad sólo era un hecho experimental, en la actualidad comproba-mos que se puede deducir de inmediato de la ecuación fundamental de la Hidrostática, la cual, a su vez, es consecuencia de las leyes de equilibrio de la Mecánica.

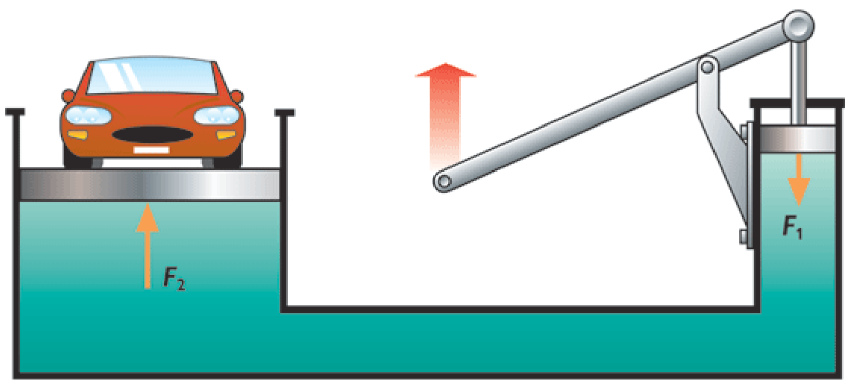


Figura 4.11. El dispositivo multiplica la fuerzas, como la relación de las áreas

Una importante aplicación de este principio lo encontramos en las máquinas hidráulicas capaces de "multiplicar fuerzas". Para analizar cómo es que sucede esto, consideremos la máquina mostrada en la figura 4.11, la cual consta de dos recipientes cilíndricos comunicantes que contienen un líquido (aceite, por ejemplo), en los que el área de la sección transversal de uno de ellos es mayor que la del otro. Si ejercemos una fuerza *f* en el pistón del cilindro que es más pequeño, se provoca un aumento en la presión del líquido bajo el pistón. Siendo *a* el valor del área de este pistón, este aumento en la presión estará dado por $\Delta p_1 = f/a$. Por consiguiente, dicho incremento en la presión se transmitirá a todos los puntos del líquido, produciendo una fuerza *F* en el pistón cuya área es mayor. Como *A* es el área de este émbolo, el aumento de presión sobre él, será $\Delta p_2 = F/A$. Como $\Delta p_2 = \Delta p_1$, vemos que

$$\frac{F}{A} = \frac{f}{a}$$

y en consecuencia

$$F = \left(\frac{A}{a}\right) f$$

Por lo tanto, si el área *A* es mucho mayor que *a*, la fuerza *F* será mucho mayor que *f*. Por ejemplo si $a=1.0\ cm^2$, $A = 100\ cm^2$ y $f = 100\ N$ (equivalente al peso de un cuerpo de 10 kg), obtenemos $F=10.000\ N$ (equivalente al peso de un cuerpo de 1.000kg), o sea que una fuerza de sólo 100 N puede equilibrar el peso de un cuerpo de 10.000 N (una masa de una tonelada). Así, esta máquina hidráulica funciona como un dispositivo "multiplicador de fuerzas".

El principio de esta máquina también se emplea en los elevadores de autos (en las gasolinerías), en los sillones de dentistas y peluqueros, así como en los frenos hidráulicos y en las direcciones asistidas de los automóviles. El sistema de frenos hidráulicos se presenta esquemáticamente en la figura 4.12. Aquí, el valor de la fuerza que aplicamos en el pedal de los frenos se eleva o multiplica varias veces para aplicar fuertemente las zapatas (o balatas) contra el tambor de la rueda.

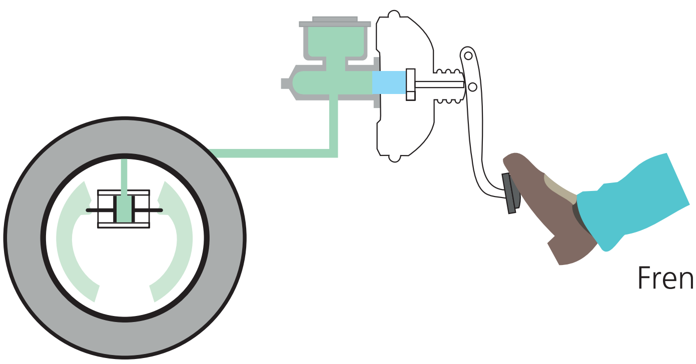


Figura 4.12. Freno hidráulico

4. LA FLOTACIÓN Y EL PRINCIPIO DE ARQUIMEDES

Cuando sumergimos un cuerpo sólido cualquiera en un líquido (figura 4.13), advertimos que éste ejerce una fuerza sobre el cuerpo de abajo hacia arriba que trata de llevarlo a la superficie, o al menos de alivianar su peso. En razón de que la presión aumenta con la profundidad, las fuerzas que ejerce el líquido sobre el cuerpo en su parte inferior, son mayores que las que ejerce en su parte superior, dando lugar a una resultante distinta de cero. Esta fuerza resultante se deno-mina *empuje* del líquido sobre el sólido y fue en el siglo III a.C., que el gran filósofo, matemático y físico griego Arquímedes, descubrió la manera de calcularla. Sus conclusiones fueron expresadas en un enunciado que recibe el nombre de *principio de Arquímedes* que expresa "*todo cuerpo sumergido en un líquido recibe un empuje vertical hacia arriba, igual al peso del líquido desplazado por el cuerpo*".

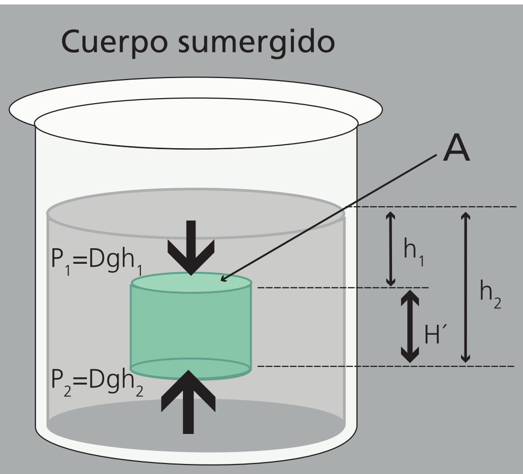


Figura 4.13 Las fuerzas inferiores son mayores que las superiores

Si bien el Principio de Arquímedes es una consecuencia de la realización de un experimento, utilizando las Leyes de Newton se podría llegar a este mismo resultado para el cálculo del empuje. Arquímedes descubrió estos hechos mediante experimentos, mucho antes (dieciocho siglos) de que Newton estableciera las leyes básicas de la Mecánica.

A continuación analizaremos dos situaciones de interés: un cuerpo totalmente sumergido en un fluido y un cuerpo parcialmente sumergido en un fluido.

Cuerpo totalmente sumergido. Cuando un cuerpo se encuentra totalmente sumergido en un fluido, figura 4.14, el volumen de fluido que desplaza el cuerpo es igual al volumen del cuerpo. En consecuencia, las fuerzas que actúan sobre el cuer-po que son su peso y el empuje con el cual el fluido actúa sobre el mismo, pueden calcularse de la siguiente manera:

Peso $\Rightarrow$ $P = m_c g = V_c \rho_c g$

Empuje $\Rightarrow$ $E = m_f g = V_f \rho_f g$

Donde: m_c es la masa del cuerpo; V_c es el volumen del cuerpo; ρ_c es la densidad del cuerpo; m_f es la masa del fluido desalojado; V_f es el volumen del fluido desalojado; ρ_f es la densidad del fluido. En este caso y por tratarse de un caso en el cual el cuerpo está totalmente sumergido, $V_c=V_f$. En consecuencia podemos escribir

$$P = V_c \rho_c g \qquad \text{y} \qquad E = V_f \rho_f g$$

La fuerza resultante que actúa sobre el cuerpo será R= (P-E), y puede calcularse de la siguiente manera

$$R = P - E$$
$$R = V_c \rho_c g - V_c \rho_f g$$

Operando resulta

$$R = V_c g.(\rho_c - \rho_f)$$

La expresión anterior nos permite señalar que si $\rho_c > \rho_f$ la resultante será positiva, tendrá sentido hacia abajo y no está indicando que el cuerpo se desplazará hacia la base del recipiente. Si la $\rho_c < \rho_f$ la resultante será negativa, tendrá sentido hacia arriba y nos indica que el cuerpo se dirigirá hacia la superficie. Si $\rho_c = \rho_f$ la resultante será nula y el cuerpo permanecerá en la posición dibujada (flotará entre dos aguas).

Cuerpo parcialmente sumergido. Cuando un cuerpo se encuentra parcialmente sumergido en un fluido, figura 4.15, el volumen de fluido que desplaza el cuerpo no es igual al volumen del cuerpo. Por otro lado si suponemos que en la posición dibujada el cuerpo está en equilibrio, se deberá cumplir que la sumatoria de las fuerzas que actúan sobre el mismo, sea igual a cero. En consecuencia

$$P - E = 0 \qquad \text{ó} \qquad P = E$$

Si escribimos al peso y al empuje en función de la masa, volumen y densidad del cuerpo, y de la masa, volumen y densidad del fluido desalojado, se obtiene

$$V_c \rho_c g = V_f \rho_f g$$

Simplificando g se obtiene

$$V_c \rho_c = V_f \rho_f$$

El empuje en general no actúa en el mismo punto que el peso

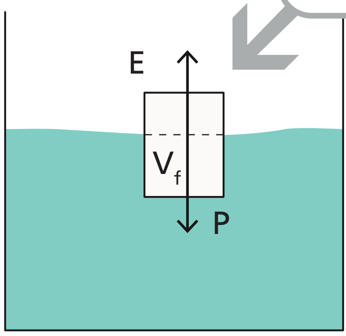


Figura 4.15. Si el cuerpo está en equilibrio el empuje que éste recibe debe ser igual a su peso.

El volumen del fluido desalojado o parte del cuerpo que se encuentra sumergido será una porción o porcentaje del volumen del cuerpo, que puede calcularse de la siguiente manera.

$$V_f = \left(\frac{\rho_c}{\rho_f}\right).V_c$$

La expresión anterior sólo tiene sentido para $\rho_c < \rho_f$, lo que resulta totalmente lógico. Dado que $\rho_c < \rho_f$ si ubicáramos al cuerpo totalmente sumergido, el empuje E será mayor al peso y el cuerpo se dirigirá hacia la superficie. Al llegar a la misma sobresale una parte y el consecuencia el volumen de fluido desalojado comienza a disminuir con lo cual también comienza a disminuir el empuje. El sistema se equilibra cuando la parte del cuerpo que sobresale es tal, que la parte sumergida desplaza un volumen de fluido que provoca un empuje igual al peso del cuerpo.

Algunas preguntas para pensar

1. La masa de un recipiente de 1 litro colmado de mercurio es de 13.6 kg y su peso de 133.3 N. ¿Cuál es el valor de la fuerza de flotación que se ejerce sobre el recipiente si lo sumergimos en agua?
2. Se suspende un bloque bajo el agua en las posiciones A, B y C mostradas en la figura 4.16. ¿En qué posición es mayor la fuerza de flotación que se ejerce sobre él?.
3. Se lanza una piedra a un lago profundo. Conforme se hunde en el agua. ¿aumenta la fuerza de flotación que se ejerce sobre ella? ¿Disminuye? ¿Permanece inalterada?

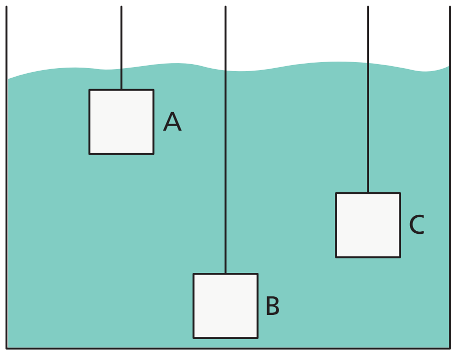


Figura 4.16. El bloque puede ubicarse en los puntos A, B y C.

Respuestas

1. La fuerza de flotación es igual al peso de 1 litro de agua, o sea, alrededor de 10 N porque el volumen de agua desplazado es de 1 litro. La masa y el peso del mercurio no tienen importancia; 1 litro de cualquier cosa, sumergido en agua, desplazará 1 litro de agua y experimentará una fuerza de flotación de 10 N. O bien, de manera alternativa: cuando ponemos el recipiente en el agua, hace a un lado un volumen de 1 litro de agua. El agua, por acción y reacción, empuja al recipiente con una fuerza igual al peso de 1 litro de agua. Si el volumen del recipiente fuese dos veces mayor, desplazaría 2 litros de agua y experimentaría una fuerza de flotación igual al peso de 2 litros de agua.

2. La fuerza de flotación es la misma en cualquiera de estas posiciones. ¿Por qué? Porque la cantidad de agua que se desplaza es la misma en cualquiera de ellas. La fuerza de flotación será igual al peso del agua desplazada, que es el mismo en la posición A, en la posición B y en la posición C.

3. Como en la pregunta anterior, el volumen de agua que se desplaza es el mismo a cualquier profundidad. El agua es prácticamente incompresible, así que su densidad es la misma a cualquier profundidad, y dos volúmenes de agua iguales tienen el mismo peso. La fuerza de flotación que se ejerce sobre la piedra al hundirse será la misma a cualquier profundidad. No importa a qué profundidad se encuentre el bloque, ya que, si bien las presiones son mayores a mayor profundidad, la diferencia de la presión que se ejerce sobre la parte inferior y la que se ejerce sobre la parte superior es igual a cualquier profundidad (figura 4.13). Sea cual sea la forma del objeto sumergido, la fuerza de flotación es igual al peso del líquido que desplaza.

Curiosidades. Si hubieras vivido hace muchos siglos y hubieras dicho que ibas a construir un barco de hierro, la gente habría pensado que estabas loco. Creían que un barco de hierro se hundiría , y que los barcos tenían que construirse con materiales que flotaran, como la madera. Hoy es fácil ver cómo puede flotar un barco de hierro.

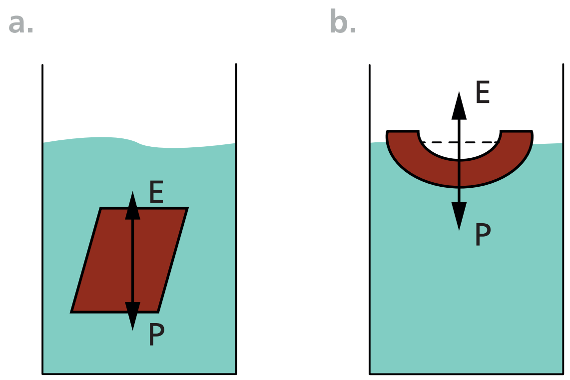


Figura 4.17. Un bloque de hierro se hundirá o no, dependiendo de su forma.

Considera un bloque sólido de hierro de un volumen (V_c) que su masa es de 1 tonelada (1000kg). El hierro es casi ocho veces más denso que el a-gua, de modo que cuando lo sumer-gimos desplaza el mismo volumen pero la masa del agua desplazada será de aproximadamente 1/8 de tonelada. Esto no basta para evitar que se hunda (figura 4.17.a. Supone ahora que damos al mismo bloque de hierro forma hueca, como se muestra en la figura 4.17.b. Sigue pesando 1 tonelada, pero cuando se sumerge en el agua desplazará una cantidad de agua mayor que antes. Cuando más profundamente lo sumerjamos, ma-yor será la cantidad de que desplace y mayor será la fuerza de flotación que se ejerza sobre él. Cuando el peso del agua desplazada sea igual al peso del cuenco, éste ya no se hundirá. Flotará. Esto se debe a que la fuerza de flotación es ahora igual al peso del bloque. Naturalmente y en el caso del barco, el mismo debe diseñarse como para que una buena parte de su casco sobresalga de la superficie del agua. Debemos pensar que aún cargado, el casco debe sobresalir del agua.

Piensa en un submarino bajo la superficie del mar. Si desplaza un peso de agua mayor que su propio peso, se eleva. Si desplaza un peso menor, se hunde. Si desplaza exactamente el mismo peso, permanece a una profundidad constante. La densidad del agua varía ligeramente con los cambios de temperatura, de modo que es necesario hacer ajustes periódicamente. El comportamiento de un globo de aire obedece las mismas reglas.

5. FLUIDOS EN MOVIMIENTO

Hasta aquí hemos llevado a cabo nuestro estudio de los fluidos, considerándolos en reposo. El movimiento produce un efecto adicional que trataremos analizar desde un enfoque cualitativo y fenomenológico. En algunos casos plantearemos expresiones matemáticas aplicables a determinadas situaciones físicas, sin llevar a cabo la demostración correspondiente. Las teorías involucradas en el tema, exceden los objetivos planteados para este Ciclo Nivelatorio y es por ese motivo que no se tratarán.

La mayoría de las personas piensan que la presión atmosférica aumenta en una tormenta, un tornado o un huracán, pero de hecho ocurre lo contrario. Un ventarrón de alta velocidad puede dejar tu casa sin techo, pero la presión del viento es en realidad menor que la del aire inmóvil de la misma densidad. Por extraño que parezca a primera impresión, la presión de un fluido disminuye cuando su rapidez aumenta. Esto es válido para todos los fluidos, sean líquidos o gases.

Considera un tubo por el que pasa un flujo continuo de agua. La cantidad de agua que pasa por una sección cualquiera del tubo es siempre igual, y esto es válido ya sea que el tubo se haga más ancho o más estrecho. Debido a que el flujo es continuo, la rapidez del agua se reducirá en los tramos anchos y aumentará en los tramos angostos. Puedes observar este fenómeno observando la velocidad del agua en un río que cambia su ancho. Un corcho en el lecho del río, te permitirá hacer inferencias acerca de su velocidad.

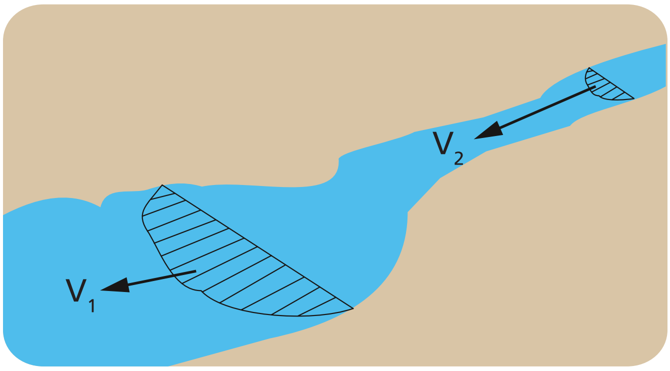


Figura 4.18. La velocidad del agua se reduce en tramos anchos y aumenta en tramos angostos.

Si "A" es la sección transversal del río, se puede demostrar que, para un régimen laminar y en estado estacionario, el producto de la velocidad del fluido por la velocidad, se mantiene constante. Es decir

$$A.v = cte$$

En consecuencia para los puntos 1 y 2 de la figura 4.18, se puede escribir

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Esta expresión se denomina Ecuación de Continuidad y resulta muy útil para advertir cómo se modifica la velocidad de un fluido cuando cambia la sección transversal por la que circula.

Daniel Bernoulli, científico suizo del siglo XVIII, realizó experimentos con tubos por los que fluía una corriente de agua. Descubrió que cuanto mayor fuese la rapidez del flujo, menor era la fuerza que ejercía el agua en la dirección perpendicular a la del flujo. La presión que se ejerce sobre las paredes del tubo disminuye al aumentar la rapidez del agua. Bernoulli descubrió que esto siempre ocurría tanto en los líquidos como en los gases.

El principio de Bernouilli es consecuencia de la conservación de la energía. En un flujo estacionario de fluido hay tres tipos de energía: la energía cinética debida al movimiento, la energía potencial debida a la presión y la energía potencial gravitacional debida a la elevación. En un flujo estacionario, al que ni se añade ni se resta energía, la suma de estas formas de energía permanece constante. Si la elevación del fluido en movimiento no cambia, un aumento en la rapidez implica una disminución en la presión y viceversa. La expresión que sigue, ilustra sobre dicho comportamiento

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 = cte$$

Para los puntos 1 y 2 de la figura 4.18, se puede escribir

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

El hecho de que la presión del fluido disminuya al aumentar la rapidez puede resultar sorprendente a primera impresión, especialmente si no distinguimos entre la presión en el fluido y la presión que éste ejerce sobre un obstáculo interpuesto en su camino, La presión del agua que se desplaza a gran velocidad en el interior de una manguera de carro de bomberos es relativamente baja, en tanto que la presión que puede ejercer el agua sobre cualquier obstáculo puede ser muy grande.

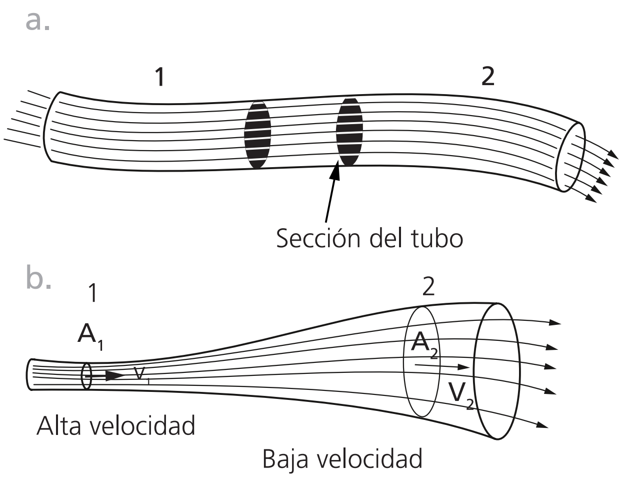


Figura 4.19. Si la trayectoria que recorre una pequeña porción de fluido no se altera en el tiempo, el régimen es laminar o estacionario

En un flujo estacionario, la trayectoria que sigue cada pequeña región de fluido no se altera con el tiempo. Un fluido en flujo estacionario sigue líneas de corriente, repre-sentadas por líneas punteadas en la figura 4.19. Las líneas de corriente son caminos o trayectorias lisas que recorren las porciones de fluido adyacentes. Las líneas se acercan unas a otras en las regiones estrechas, donde el flujo es más rápido y la presión es menor.

El principio de Bernoulli sólo es válido si el flujo es estacionario. Si la rapidez de flujo es demasiado grande, el flujo puede volverse turbulento y describir trayectorias curvilíneas variables conocidas como **remolinos**. En tal caso el principio de Bernoulli no es válido.

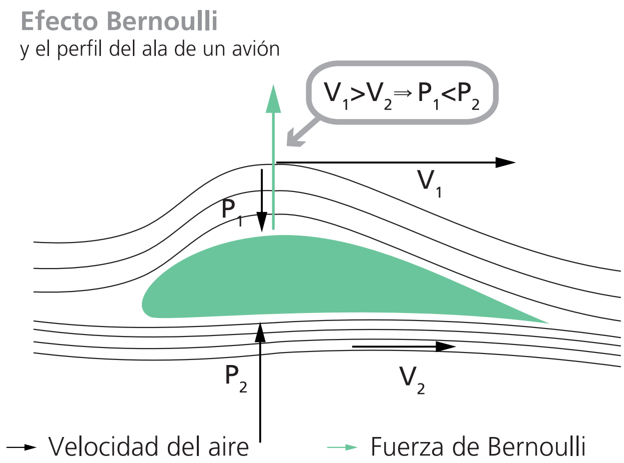


Figura 4.20. La presión del aire es menor en la parte superior del ala que en la parte inferior de la misma, en-consecuencia resulta una fuerza neta hacia arriba.

El principio de Bernoulli permite explicar el vuelo de las aves y de los aviones. La forma y la orientación de las alas hacen que el aire pase un poco más aprisa sobre la superficie superior que bajo la superficie inferior del ala. La presión en la parte superior del ala es menor que la presión bajo la superficie inferior. La diferencia entre estas presiones produce una fuerza total dirigida hacia arriba, apropiadamente llamada **fuerza ascensional.** Incluso una dife-rencia de presión pequeña puede producir una fuerza considerable si la superficie del ala es grande. Cuando la fuerza ascensional iguala al peso, se hace posible el vuelo horizontal. La fuerza ascensional es mayor cuanto mayores sean la rapidez y el área de las alas. Así, los planeadores que vuelan a baja velocidad tienen alas muy grandes. Las alas de un avión más veloz son relativamente pequeñas.

Por acción del viento la presión del aire sobre un techo es menor que la presión en el interior de la casa. Esto produce una fuerza ascensional que puede arrancar el techo. Generalmente los techos se construyen de tal manera que sean capaces de soportar grandes cargas, como el peso de la nieve por ejemplo, pero no para resistir una fuerza dirigida hacia arriba. El aire inmóvil confinado en un edificio empuja el techo hacia arriba y puede levantarlo, a menos que el edificio esté bien ventilado.

La trayectoria curva de una pelota que gira se debe al principio de Bernoulli. Cuando una pelota de fútbol, de tenis, de ping-pong o cualquier tipo de pelota gira en vuelo, se produce una diferencia de presión entre la parte superior y la parte inferior, como indica la figura 4.21. Las líneas de corriente están más juntas en B que en A, dada la dirección del giro que se muestra. La presión del aire es mayor en A y la pelota describe una trayectoria que se curva como se indica. La curvatura se puede incrementar si la pelota tiene hilos o pelusa en

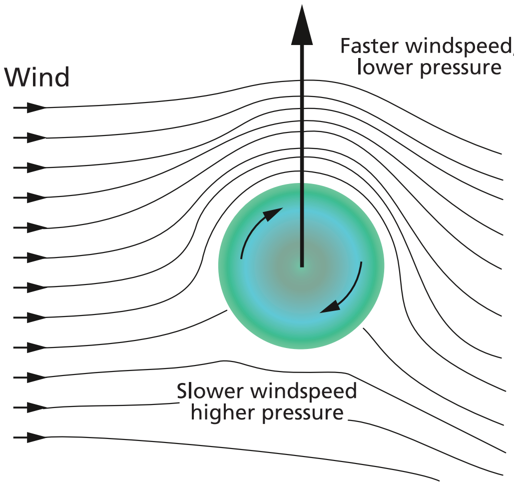


Figura 4.21. El giro de la pelota, hace que la velocidad de aire sea mayor y la presión menor, en la parte superior. En este caso la fuerza resultante es hacia arriba.

su superficie, lo que le ayuda a arrastrar una delgada capa de aire, estrechando así aún más las líneas de corriente en uno de los costados.

Otros ejemplos de estos fenómenos, pueden encontrarse en la vida diaria. Con un trozo de cinta adhesiva pega una pelota de ping-pong al extremo de un cordel y acércala al chorro de agua. Verás que la pelota permanece en el chorro de agua aun cuando tires de ella ligeramente hacia fuera. Figura 4.22. La presión que el aire estacionario ejerce sobre la pelota es mayor que la presión del agua corriente. La atmósfera empuja la pelota hacia la región donde la presión es menor.

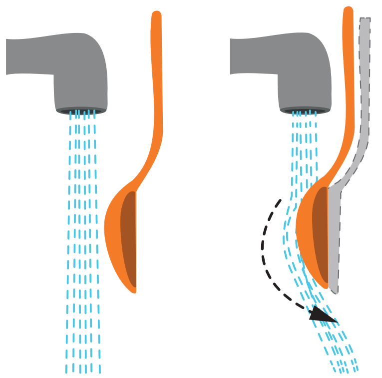


Figura 4.22. La presión es mayor en el aire estacionario (lejos del chorro) que en aire en movimiento (cerca del chorro).

Ocurre algo similar con la cortina de una ducha cuando el grifo está abierto al máximo. El aire que se encuentra en la región cercana a la corriente de agua fluye hacia la corriente, donde la presión es menor, y el agua lo arrastra hacia abajo al caer. Así, la presión del aire detrás de la cortina se reduce y la presión atmosférica empuja la cortina hacia adentro (permitiendo así que escape el aire arrastrado por el agua).

PROBLEMAS

I. Considere una joven de *600 N* de peso, que está de pie en el piso de una sala. Considere que estando descalza, el área total de apoyo de sus pies es de $150\ cm^2$.

1. Calcule en la unidad del SIMELA, la presión que está ejerciendo la joven sobre el piso. Escriba el resultado en *cm* de *Hg*.

2. Si tuviera puestos "zapatos para nieve", su área total de apoyo aumentaría notablemente. Suponga que se coloca dichos zapatos y que su área de apoyo llega a los $600\ cm^2$. Determine en este caso, cuál sería la presión sobre el suelo.

II. Suponga que la joven del ejercicio anterior usara zapatos con tacones muy agudos (figura 4.23). Considere el área de la base de cada tacón igual a $1cm^2$ y que la mitad del peso de la joven se distribuye sobre los tacones.

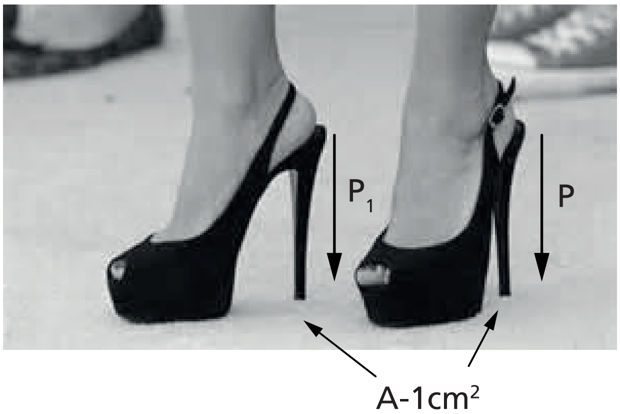


Figura 4.23. La mitad del peso de la persona es soportada por los tacones de los zapatos.

1. ¿Qué presión ejerce cada uno de los tacones sobre el suelo.

2. Compare la respuesta que logró en el apartado anterior, con las logradas en el problema I (apartados 1 y 2), y trate de explicar el por qué de las dificultades de las señoras cuando pisan suelos de tierra algo húmedos o suelos de madera algo flojas.

III. El área total de apoyo de los cimientos de un edificio es de $200\ m^2$ Un ingeniero informa que estudios realizados con el tipo de suelo ubicado bajo los cimientos, indican que soportan una presión máxima de $4x10^6\ Pa$.

1. Calcule el peso máximo que puede tener el edificio.

2. Suponiendo que el proyecto del edificio propone un edificio cuyo peso es mayor que el calculado en el punto anterior ¿cómo resolvería el problema?

IV. Un bloque de madera, cuyo volumen es de $500\ cm^3$, tiene una masa igual a *300 g*.

1. Determine la densidad de la madera, en unidades del SIMELA.

2. Si en lugar de calcular la densidad del bloque de madera que detalla el enunciado, a este mismo bloque lo hubiera cortado por la mitad y luego hubiera medido su volumen y su masa, la densidad de la madera de esta mitad del trozo inicial, será ¿MENOR, IGUAL O MAYOR que la densidad que calculó en el punto 1? Fundamente su respuesta.

3. Si ahora toma un trozo de esta misma madera de volumen de $2.5\ m^3$, ¿cuál es su masa?.

V. Un bloque de plomo (*Pb*), cuyo volumen es $0.30\ m^3$, está apoyado en el suelo sobre un área de $0.60\ m^2$.

1. Consulte la tabla 4.1 o 4.2 y exprese la densidad del plomo en Kg/m^3.

2. Calcule en *Kg,* la masa del bloque de Plomo.

3. Considere $g = 9{,}8\ m/s^2$, y calcule en unidades del SIMELA, la presión que el bloque de plomo está ejerciendo sobre el suelo.

VI. Cuando ascendemos en la atmósfera terrestre hay una disminución de presión que se explica con la Ley fundamental de la hidrostática. Suponga para el aire una densidad aproximada de $r=1{,}20\ kg/m^2$ y que la misma se mantiene constante mientras ascendemos hasta los *3000m*.

1. Suponiendo que la presión atmosférica a nivel del mar es de 101.300Pa, determine la presión atmosférica en la ciudad de Córdoba considerando que esta se encuentra a aproximadamente 434m sobre el nivel del mar. Los datos de altitud se refieren al Observatorio citado en Barrio Observatorio de la ciudad de Córdoba. (*longitud: oeste 4 hs. 16 minutos 47,2 segundos; latitud: -31º 25´ 15”*).

2. ¿Cuál será la altura sobre el nivel del mar de una ciudad como La Cumbre (Provincia de Córdoba), si la presión media en dicha localidad oscila en los *910Hpa*.

VII. Un manómetro, se empleó para medir la presión del aire en el interior de los dispositivos que se ilustran en la figura 4.24. Suponga que la presión atmosférica en el lugar donde se realizaron las medidas, era de 70 cm Hg,

1. Determine la presión manométrica y la presión absoluta, en el neumático inflado de la figura 4.24.a

2. Calcule la presión manométrica y la presión absoluta, en el neumático desinflado de la figura 4.24.b.

3. Si la presión dentro de la campana de la figura 4.24.c es de *152.000Pa*, calcule el desnivel de la columna de mercurio.

VIII. El punto más bajo en una piscina llena de a-gua, se localiza a 10 m de profundidad. Suponga que la piscina se encuentra al nivel del mar ($p_a = 101.300\ Pa$), que la densidad del agua es $1000\ kg/m^2$ y que la aceleración de la gravedad tiene un valor $g=9{,}8\ m/s^2$..

1. Determine el valor de la presión abso-luta en el punto más bajo de la piscina.

2. Si en la parte inferior de la piscina desea colocar una fuente luminosa, que coloca en una cavidad que posee una tapa plana de vidrio de sección cuadrada de 20 cm de lado, ¿cuál será la fuerza que soporta el vidrio?.

3. Para el cálculo de la fuerza del punto anterior, importa la posición de la tapa de vidrio (horizontal, vertical u oblicua).

IX. Un bloque de madera, cuyo volumen es de $10\ dm^2$, flota en equilibrio en el agua manteniendo dos tercios de su volumen fuera del agua. Considere para la densidad del agua un valor $r = 1000 kg/m^2$ y para la gravedad un valor $9{,}8 m/s^2$.

1. Determine el volumen de agua que desplaza el cuerpo.

2. Calcule el empuje que recibe el cuerpo.

3. Determine la densidad de la madera.

X. Un barco cuyo peso es de $80.000N$ navega por el río Paraná, luego por el río de la Plata hasta ubicarse en el Océano Atlántico. Considere para el agua de río (dulce) una densidad $r = 1000 kg/m^2$ y para el agua de mar (salada) una densidad $r = 1030 kg/m^2$.

1. Calcule el empuje que recibe el barco cuando se desplaza por el río.

2. Cuando navega por el mar, el empuje que recibe el barco será ¿MENOR, IGUAL O MAYOR al que calculó en el punto anterior? Fundamente su respuesta.

XI. Un canal por el que circula agua para riego cambia de sección como muestra la figura 4.25.

1. Con los datos que le proporciona el dibujo, calcule la velocidad en el punto 2.

2. Suponiendo que la pendiente del canal es pequeña, determine el valor de la presión en el punto B.

XII. Un pequeño avión de $3000\ kg$ de masa, vuela en aire de densidad $1{,}15\ kg/m^2$. El aire pasa por las superficies superior e inferior de las alas a $160 m/s$ y $130 m/s$, respectivamente. La figura 4.26 ilustra sobre el problema que acabamos de mencionar. Considere para la aceleración de la gravedad un valor $g = 9{,}8 m/s^2$.

1. Suponiendo que la presión por debajo del ala es $75.100\ Pa$, calcule la presión por encima del ala.

2. Determine el área mínima del a-la necesaria para que la fuerza neta (resultante entre la fuerza hacia arriba que actúa sobre la parte inferior del ala y la fuerza hacia abajo que actúa sobre la parte superior del ala) sea al menos igual al peso del avión.

UNIDAD 5

ÓPTICA GEOMÉTRICA

1. NATURALEZA DE LA LUZ

Lo que llamamos Óptica, es un importante capítulo de la física que se encarga de estudiar todos los fenómenos asociados a la luz. Hasta aproximadamente mediados del siglo XVII se imponía la creencia general que la luz consistía en una corriente de corpúsculos (Teoría Corpuscular de la Luz), que eran emitidos por focos o fuentes luminosas, tales como el Sol, la llama de una vela, ó una lámpara encendida, y se propagaban en dirección recta en presencia de un medio homogéneo. Al observar los cuerpos que nos rodean comprobamos que algunos de ellos emiten luz y otros no son luminosos (fuentes de luz), pero pueden verse porque son iluminados por la luz que proviene de alguna fuente. Fenómenos ópticos básicos como la Reflexión y la Refracción se explican adecuadamente analizando a la luz como un fenómeno corpuscular (Newton).

Desde mediados del siglo XVII, comenzó a progresar la idea que la luz era un fenómeno ondulatorio (Teoría Ondulatoria de la Luz), que permitía interpretar los fenómenos de reflexión y refracción, pero además proporcionaba herramientas para explicar los fenómenos ópticos definidos como Interferencia y Difracción de la luz (Huygens, Young, Fresnel).

El punto de vista actual de los físicos es aceptar el hecho de que la luz parece tener una doble naturaleza: los fenómenos de propagación de la luz encuentran su mejor explicación dentro de la teoría ondulatoria electromagnética, mientras que cuando se intenta explicar la interacción mutua entre la luz y la materia, en los procesos de absorción y emisión, considerando a la luz como un fenómeno corpuscular se encuentran las mejores explicaciones.

1.1 Rayos y haces de rayos luminosos

Si consideramos una fuente que emite luz en todas direcciones, estas pueden indicarse mediante rectas. Dichas líneas se denominan *rayos de luz.*

En la Fig. 5.1 se representan parte de los rayos de luz que son emitidos por una fuente. Este conjunto de rayos constituye un *haz luminoso divergente.* Dicho conjunto, después

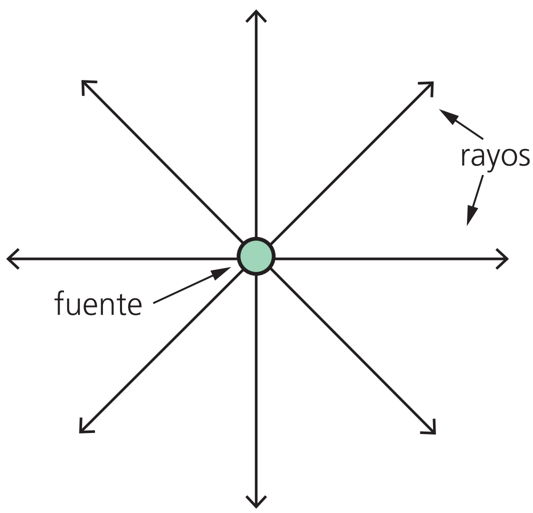


Figura 5.1 Representación de los rayos de luz emitidos por una fuente.

de pasar por algunos procesos adecuados, puede transformarse en un *haz de rayos convergentes* ó en un *haz de rayos paralelos.*

El haz de luz que es emitido por un punto luminoso siempre es divergente (Fig. 5.2a), pero tratándose de un proyector (o reflector), un faro o una linterna, por ejemplo, el haz que sale de la fuente sufre modificaciones, transformándose en un haz de rayos prácticamente paralelos (Fig. 5.2c). Un haz que llegue a nosotros y que provenga de una fuente de luz muy alejada, también estará formado por rayos prácticamente paralelos, por ejemplo, la luz que llega del Sol a la Tierra.

Figura 5.2. Los haces luminosos pueden estar constituidos por rayos divergentes(a), convergentes(b) o paralelos(c)

Una importante propiedad de la luz es la independencia que se observa en la propagación de rayos o haces luminosos. Después de que dos haces se entrecruzan, siguen las mismas trayectorias que tendrían si no se hubiesen cruzado; es decir, un haz no perturba la propagación del otro. Por este motivo, varias personas en una habitación observan nítidamente los objetos ahí existentes, a pesar del cruzamiento de los rayos luminosos que llevan las imágenes de los objetos hasta sus ojos.

1.2 La velocidad de la luz

Durante mucho tiempo se pensó que la luz se transmitía instantáneamente de un punto a otro. Pero cuidadosos experimentos realizados durante los siglos XVIII y XIX, vinieron a demostrar que, en realidad, la velocidad de propagación de la luz es muy grande, pero no infinita. Experiencias realizadas por grandes científicos, permitieron establecer con muy buena precisión la velocidad de la luz.

Con base en mediciones actuales, el valor de la velocidad de la luz *en el vacío*, valor que generalmente se representa por ***c***, puede considerarse como 299.792.458 m/s. Escribiendo hasta la tercer cifra significativa y redondeando, resulta:

$$c = 3{,}00 \times 10^{8}\ m/s$$

La velocidad de la luz también fue medida en varios materiales, obteniéndose siempre un valor inferior a *c*. Por ejemplo en el agua, la luz se propaga con una velocidad v = 2,20 x 10^8 m/s y en el diamante, con v = 1,20 x 10^8 m/s.

2. REFLEXIÓN DE LA LUZ

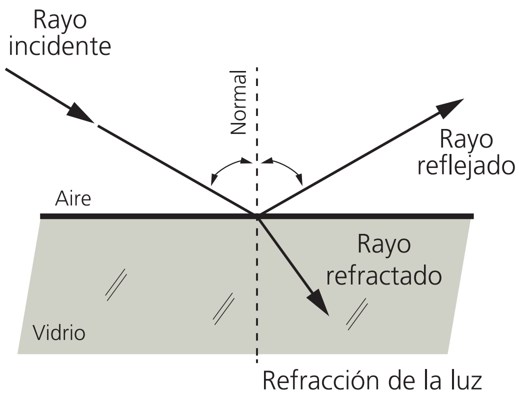


Figura 5.3 Reflexión de la luz

Imaginemos un haz luminoso que se propaga en el aire e incide en la superficie lisa de una placa de vidrio. Es un hecho bien conocido que en virtud de que el vidrio es transparente, parte de esa luz penetra en la lámina o bloque, y otra vuelve a propagarse en el aire. Decimos que la porción del haz que sigue a través del aire en otra dirección experimenta una *reflexión*, o sea, que parte de la luz se refleja al llegar a la superficie lisa del vidrio. El haz luminoso que se dirige hacia la superficie de éste recibe el nombre de *haz incidente*, y el que se aleja de la superficie reflejante es el *haz reflejado* .La parte del haz luminoso que se propaga por el vidrio, es el *haz refractado*.

Si un haz de luz incide en una superficie irregular, cada porción saliente de la superficie refleja la luz en determinada dirección, y por consiguiente, el haz reflejado no queda bien definido y se observa el esparcimiento o dispersión de la luz en todas direcciones. Decimos, entonces, que se produce una *reflexión difusa*, o en otras palabras, que hay una *difusión* de la luz por parte de la superficie áspera (Fig.5.4).

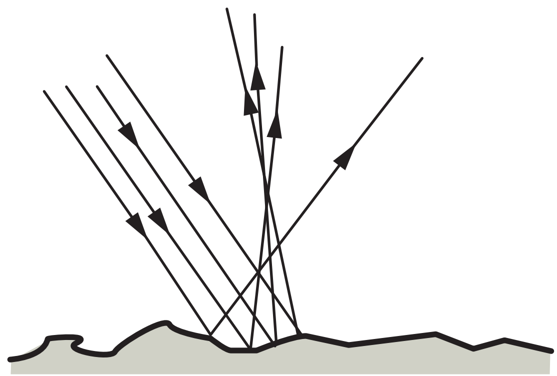


Figura 5.4 Reflexión difusa

La mayoría de los cuerpos refleja difusamente la luz que incide sobre ellos. Así, esta hoja de papel, una pared, un mueble, una persona que vemos, etc., son objetos que difunden la luz que reciben esparciéndola en todas direcciones. Cuando esta luz penetra en nuestros ojos percibimos la imagen del objeto mirado. Si no difundiera la luz no podríamos verlo. Como en el caso de la difusión, la luz es dispersada en todas las direcciones, varias personas pueden observar un mismo objeto, a pesar de estar situadas en diferentes sitios a su alrededor.

Otro ejemplo de difusión de la luz puede hallarse cuando encendemos una linterna en un cuarto oscuro. La trayectoria del haz luminoso que sale de la linterna no podrá ser percibida a menos que haya humo o polvo suspendido en el aire. En este caso, las partículas de humo o polvo, al difundir la luz, nos permiten percibir el haz cuando nuestros ojos reciben la luz esparcida. Un hecho similar ocurre con la luz solar, la cual difunden las partículas de la atmósfera terrestre. El cielo se muestra absolutamente claro durante el día debido a esa difusión. Si la Tierra no tuviera atmósfera el cielo se vería totalmente negro, excepto en los sitios ocupados por el Sol y las estrellas. Como la Luna no tiene atmósfera, ese es el aspecto del “cielo lunar” que observa el astronauta desde la superficie de nuestro satélite.

2.1 LEYES DE LA REFLEXIÓN

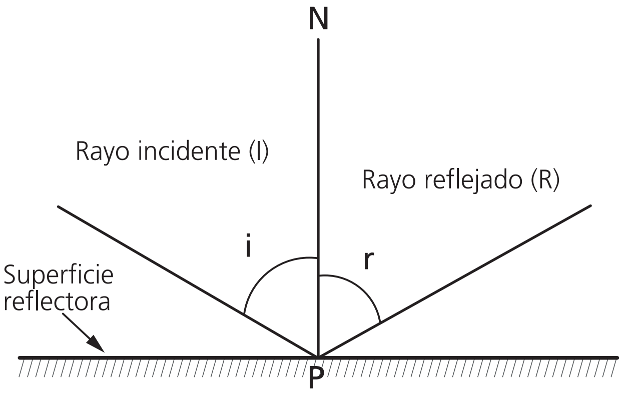


Figura 5.5. Primera Ley de la Reflexión

En la Figura 5.5, se muestra un rayo luminoso (un estrecho haz de luz) que incide en el punto "P" de una superficie reflejante. Si se traza la normal a esta superficie en el punto "P" (es decir *NP*), vemos que dicha línea y el rayo incidente determinan un plano. El experimento revela que la reflexión se produce de manera que el rayo reflejado siempre se halla contenido en ese mismo plano. Por tanto, el rayo incidente, la normal y el rayo reflejado están situados todos en el mismo plano. Esta observación experimental se conoce como la *Primera Ley de la Reflexión.*

El ángulo $\hat{i}$ que el rayo incidente forma con la normal, se denomina *ángulo de incidencia*, y el ángulo $\hat{r}$, formado por la normal y por el rayo reflejado, es el *ángulo de reflexión*. La medida de tales ángulos en un experimento de reflexión puede llevarse a cabo fácilmente, y así se ha podido comprobar, desde la antigüedad que siempre son iguales entre sí. Esta conclusión de que en la reflexión de la luz se tiene $\hat{i} = \hat{r}$, se conoce como la *Segunda Ley de la Reflexión*.

LEYES DE LA REFLEXIÓN

1ra Ley de la Reflexión: el rayo incidente, la normal a la superficie reflejante en el punto de incidencia, y el rayo reflejado, se hallan en un mismo plano.

2da Ley de la Reflexión: el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión $(\hat{i} = \hat{r})$

2.2 ESPEJO PLANO

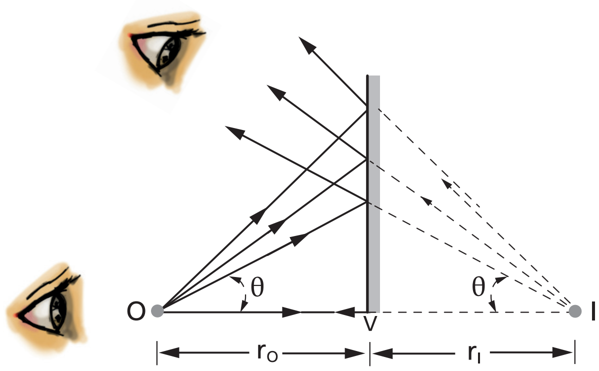


Figura 5.6. Reflexión de la luz en un espejo plano

Una superficie lisa y plana que refleja especularmente la luz, se denomina *espejo plano*. Consideremos que un objeto luminoso pequeño (o un objeto que difunda luz), representado por O en la figura 5.6, está colocado frente a un espejo plano EE′. La luz que sale del objeto e incide en el espejo es reflejada a continuación. Tracemos desde O algunos rayos luminosos incidentes en el espejo. Empleando las leyes de la reflexión ($\hat{i} = \hat{r}$), podemos representar los rayos reflejados correspondientes, y comprobar así que estos rayos reflejados forman un haz divergentes. Pero al trazar las prolongaciones de estos rayos, se verá que todos pasarán por el mismo punto I. Así, la luz que es reflejada por el espejo plano, diverge como si estuviera siendo emitida desde el punto I, situado imaginariamente detrás del espejo.

2.2.1 Imagen virtual

Suponga un observador situado frente al espejo, y el cual reciben sus ojos cierta parte del haz reflejado (Figura 5.6). Este haz, como se dijo, parece haber sido emitido desde el punto *I*; es decir , la reflexión es como si en *I* existiera un objeto emisor de dicho haz. A esto se debe que el observador perciba en ese punto una *imagen* del objeto *O*. Observe que la imagen *I* se encuentra ubicada detrás de la superficie del espejo, en el punto de intersección de las prolongaciones de los rayos reflejados. Decimos por tanto que *I* es *imagen virtual* del objeto *O*. Dado que las imágenes virtuales se forman con las prolongaciones de los rayos reflejados, en una zona (detrás del espejo) donde no hay luz, si colocamos una pantalla donde se ubica la imagen *I*, no veremos absolutamente nada.

Para poder ver la imagen hay que situarse frente al espejo, de manera que recibamos la luz que refleja. Así, en resumen:

La luz emitida por un objeto y reflejada desde un espejo plano, llega a los ojos de un observador como si proviniera del punto de intersección de las prolongaciones de los rayos reflejados. En este punto el observador ve la imagen virtual del objeto.

2.2.2 Distancia de la imagen al espejo

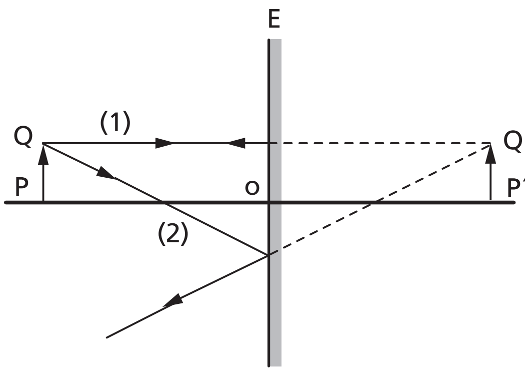


Figura 5.7. Imagen de un objeto puntual en un espejo plano

Para determinar la posición de la imagen virtual de un objeto pequeño colocado frente a un espejo plano, bastará trazar únicamente dos rayos luminosos que partan del objeto y se reflejan en el espejo (Figura 5.7).

Suponga para la demostración solo los rayos incidentes OA (perpendicular al espejo), y OB, cuyo ángulo de incidencia es $\hat{i}$. Los rayos reflejados correspondientes, trazados de acuerdo con las leyes de la reflexión, son AO y BC. La posición de la imagen virtual, I, se encuentra al prolongar estos rayos reflejados.

Sean D_o y D_i, respectivamente, las distancias del objeto y de la imagen con respecto al espejo. Como $\hat{r} = \hat{r}'$ e $\hat{i} = \hat{i}'$ por alternos internos entre paralelas y dado que $\hat{i} = \hat{r}$ por la segunda ley de la reflexión, se deduce que $\hat{r}' = \hat{i}'$, así concluimos que los triángulos OAB e IAB, que tienen en común el lado AB, que son triángulos rectángulos y que tienen un ángulo distinto de 90º igual, son iguales entre sí. Entonces, tendremos que $D_i = D_o$.

Así pues la imagen de un objeto pequeño en un espejo plano, es simétrica del objeto en relación con el espejo; es decir, está situada sobre la perpendicular al espejo trazada desde el objeto, y las distancias de la imagen y del objeto relativamente al espejo son iguales. De esta manera, si se coloca una lámpara a una distancia de 30 cm de un espejo plano, su imagen se formará detrás de la superficie del espejo y también a 30 cm de distancia.

2.2.3 Imagen de un objeto no puntiforme

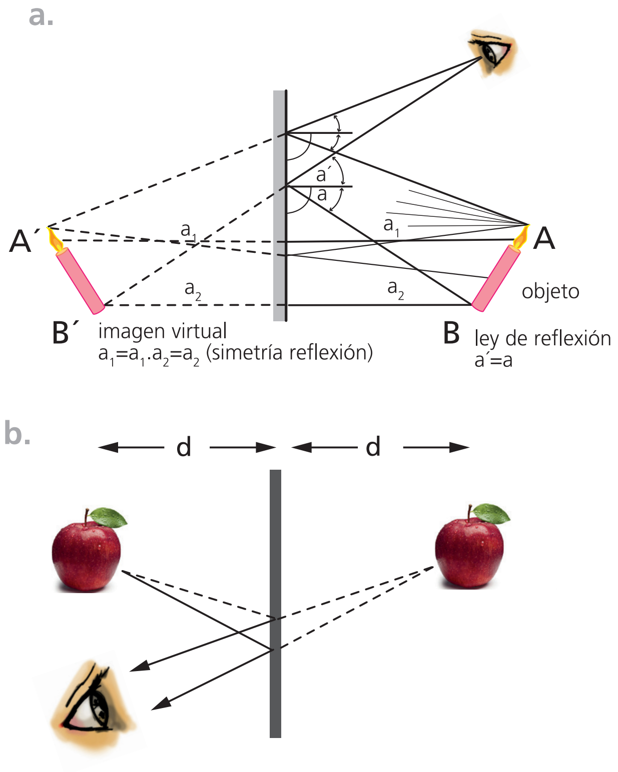


Figura 5.8. Imagen de un objeto no puntiforme

Acabamos de aprender cómo determinar la imagen de un objeto de pequeñas dimensiones, o sea, de un objeto puntiforme o puntual. Supongamos ahora que se desea determinar la imagen de un objeto no puntiforme o extenso, como la flecha AB de la figura., situado frente a un espejo plano. Esta imagen se obtendrá determinando la imagen de cada punto del objeto, como ya se vió. De esta manera, la imagen A' del punto A, se localizará trazando la perpendicular al espejo, desde A, y tomando $A'M = AM$.

De la misma manera es posible localizar las imágenes de los demás puntos del objeto. La flecha $A'B'$ es, entonces, la imagen de $A\,B$. Para un objeto irregular (figura 5.8.b), la imagen se forma punto por punto: A' es la imagen de A, B' la de B, etc. Obsérvese que esta imagen es del mismo tamaño que el objeto, además de ser simétrica de él en relación con el espejo. Como un espejo plano es un objeto que usamos a diario, ya se deben haber observado estos hechos.

2.3 Espejos esféricos

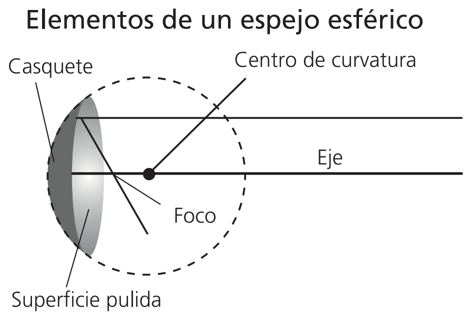


Figura 5.9.a Espejo cóncavo

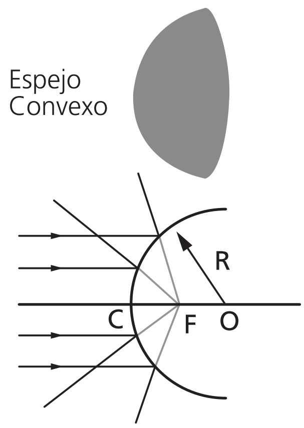


Figura 5.9.b Espejo convexo

Una superficie lisa, de forma esférica y que refleje especularmente la luz, es un *espejo esférico*. Si la luz se refleja desde la superficie interna, como vemos en la figura, se dice que el espejo es *cóncavo*, y si la reflexión se produce en la superficie externa, decimos que el espejo es *convexo* (figura 5.9.a y 5.9.b). En dichas figuras se muestran algunos elementos importantes de los espejos esféricos.

Entre ellos tenemos:

- El punto V (centro de la superficie reflejante), denominado *vértice* del espejo.
- El punto C (centro de curvatura de la superficie esférica), denominado *centro* del espejo.
- La recta *CV*, denominada *eje* del espejo.
- El segmento *R*, llamado *radio* del espejo (radio de curvatura de la superficie esférica)

2.3.1 Imagen real

Suponga que un objeto pequeño O se coloca en el eje del espejo cóncavo, como se observa en la figura 5.10. Parte de la luz que emite O incide en el espejo y se reflejará de acuerdo con las leyes de la reflexión. Tracemos un rayo que incida en el espejo por el punto *A* (rayo *OA* de la figura 5.10). La normal al espejo en este punto es *CA*, pues sabemos que el radio de una superficie esférica siempre es perpendicular a ella. De manera que determinamos así el ángulo de incidencia $\hat{i}$; ahora podemos trazar el rayo reflejado *AI*, para lo cual basta recordar que $\hat{r} = \hat{i}$. Al repetir este procedimiento con el rayo incidente *OB*, se halla que el rayo reflejado correspondiente, *BI*, también pasará por el punto *I*, y que esto sucederá con cualquier otro rayo que sea emitido por *O* y se refleje desde el espejo.

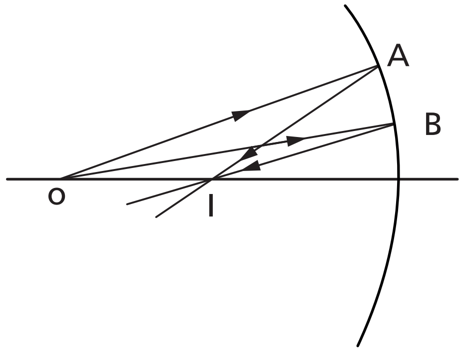


Figura 5.10. Imagen real de un objeto pequeño situado en el eje del espejo cóncavo

Si un observador se coloca frente al espejo, los rayos reflejados después de pasar por *I* divergen y llegan hasta los ojos. Todo se ve entonces, como si en *I* existiese un objeto que enviara luz hacia los ojos del observador. Por este motivo, *verá* en *I* una imagen del objeto *O*, proporcionada por el espejo cóncavo. Recuérdese que la imagen virtual se ve en el punto donde se cruzan las prolongaciones de los rayos reflejados. Como en este caso la imagen se ve en el punto donde realmente pasan los rayos reflejados, esta imagen se denomina *imagen real*

Podemos expresar que: **cuando un haz de luz emitido por un objeto se refleje en un espejo cóncavo y converja luego en un punto, tendremos en éste la formación de una imagen real del objeto.**

Como en la posición donde se forma la imagen real existe el paso de rayos luminosos, si colocamos en tal punto una pantalla se tendría la imagen proyectada sobre ella (lo cual no sucede, evidentemente, con la imagen virtual). Pero el observador podrá ver la imagen real aunque no utilice dicha pantalla. Para ello basta que se coloque en una posición tal que sus ojos reciban los rayos reflejados después que han convergido en el punto *I* (figura 5.10).

2.3.2 Foco de un espejo

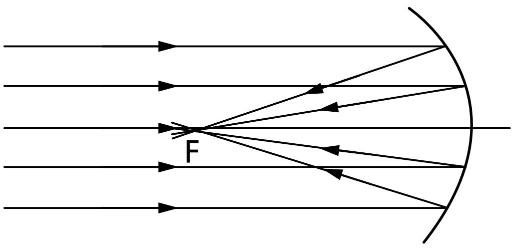


Figura 5.11. Haz de rayos luminosos que inciden en el espejo cóncavo, paralelamente a su eje.

La figura 5.11 muestra un haz de rayos luminosos que inciden en el espejo cóncavo, paralelamente a su eje. Usando las leyes de la reflexión, podemos trazar los rayos reflejados, encontrando así que convergen en un punto F, denominado *foco del espejo*. Por este motivo suele decirse que el espejo cóncavo es un *espejo convergente o conversor.*

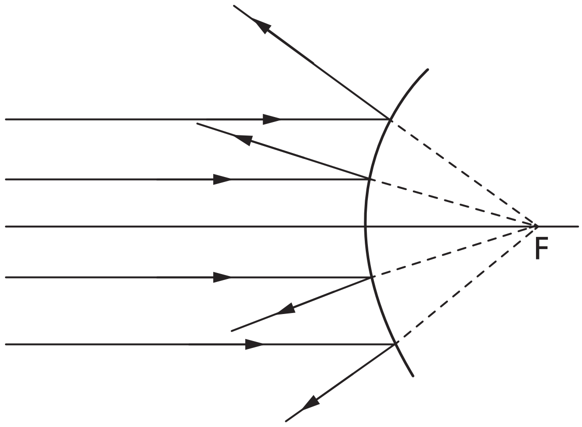


Figura 5.12. Haz de rayos que incide en forma paralela al eje de un espejo convexo.

Por otra parte, al hacer que un haz de rayos incida en forma paralela al eje de un espejo convexo, se observa que tales rayos divergen después de la reflexión.

Pero las prolongaciones de los rayos reflejados pasan por el punto F, que es el foco del espejo convexo. Así, todo se observa como si el haz divergente fuera emitido desde F. El espejo convexo suele, por tanto, recibir el nombre de *espejo divergente o diversor*.

Debemos notar que en el espejo cóncavo, los rayos paralelos al eje, después de reflejarse, en realidad pasan por F, y por esto, el foco del espejo cóncavo es un *foco real* (puede captarse en una pantalla). En el espejo convexo el foco es *virtual*, pues se encuentra situado en el punto de cruce de las prolongaciones de los rayos reflejados. En resumen:

Un haz de rayos luminosos, al incidir en forma paralela al eje de un espejo cóncavo, se refleja y converge hacia un foco real; al incidir en un espejo convexo, divergirá después de la reflexión, como si fuese emitido de un foco virtual.

2.3.3 Distancia focal

En las figuras 5.11 y 5.12, se indican los focos de un espejo cóncavo y de un espejo convexo. La distancia FV, entre el foco y el vértice, se denomina distancia focal, f, del espejo.

Vamos a tratar de obtener una relación entre la distancia focal f y el radio R de un espejo esférico. Para esto consideremos un rayo luminoso, paralelo al eje de un espejo cóncavo, que incide en éste en el punto M (figura 5.13). Siendo C el centro de curvatura, se sabe que CM (tiene la dirección del radio de la superficie esférica) es perpendicular al espejo en M. Así pues, podemos trazar el rayo reflejado, que forma con la normal un ángulo $\hat{r}$ igual al ángulo de incidencia $\hat{i}$. Como sabemos, el punto en el que este rayo corta al eje del espejo, es el foco F del espejo. El triángulo CFM es isósceles porque $\hat{i} = \hat{\alpha}$ por alternos internos entre paralelas, e $\hat{i} = \hat{r}$ por la segunda ley de la reflexión, y en consecuencia $\hat{r} = \hat{\alpha}$. Entonces, CF = FM. En la práctica los espejos tienen pequeñas dimensiones transversales, en razón de que cuando ello no ocurre, las imágenes se forman dándose un fenómeno denominado “aberración esférica”, propia de las superficies esféricas espejadas. La explicación de este fenómeno escapa al alcance de este curso y en consecuencia, y para evitarlo, en adelante se supondrá que los rayos luminosos siempre inciden en el espejo en la proximidad de su vértice. En estas condiciones, podemos considerar que FM = FV. Entonces CF = FV, o sea, FV = CV/2. Pero CV es el rayo R del espejo, y FV es su distancia focal f. Entonces, f = R / 2. Este resultado es válido también para un espejo convexo, y podemos destacar que:

La distancia focal, ***f***, de un espejo esférico es igual a la mitad de su radio de curvatura, R, es decir, $f = \frac{R}{2}$. En otras palabras, el foco de un espejo esférico está situado a la mitad de la distancia entre el centro y el vértice del espejo.

3. REFRACCIÓN DE LA LUZ

3.1 ¿Qué es la refracción?

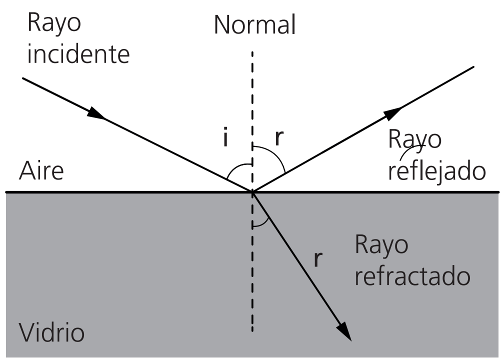


Figura 5.14. Refracción de la luz

Si un haz de luz, al propagarse en el aire, encuentra la superficie de un bloque de vidrio (Fig. 5.14), parte del haz es reflejado y parte penetra en el cuerpo. La porción del haz que se refleja se estudió anteriormente, y ahora vamos a analizar el haz luminoso que se propaga en el vidrio. Experimentalmente se halla que tal haz se propaga en una dirección diferente de la del haz incidente; es decir, la dirección de propagación de la luz se altera cuando pasa del aire al vidrio, como se observa en la figura 5.14. Cuando esto sucede, decimos que la luz experimenta una *refracción*, o sea, que la luz se *refracta* al pasar del aire al vidrio.

En general, la refracción se produce cuando la luz pasa de un medio a otro, en los que se propaga con velocidades distintas. Así pues, en la Figura 5.15, por ejemplo, la luz se refracta al pasar del agua al vidrio, porque su velocidad de propagación en el agua difiere de su velocidad de propagación en el vidrio.

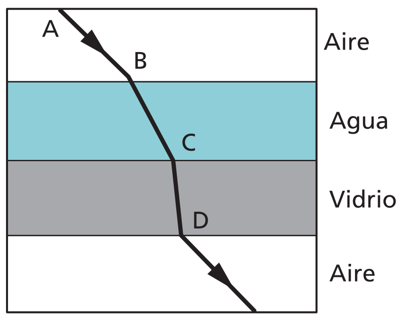


Figura 5.15. Refracción de un rayo de luz a pasar del agua al vidrio

En resumen:

El fenómeno de la refracción consiste en el cambio de la dirección de propagación de un haz de luz al pasar de un medio a otro. Esto sólo puede suceder cuando la luz se propaga con velocidades distintas en los dos medios.

3.2 Las Leyes de la Refracción

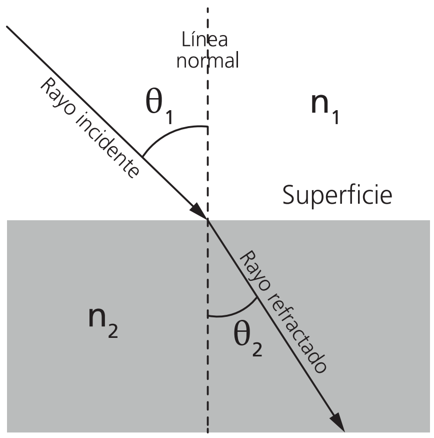


Figura 5.16. Rayo luminoso que se refracta al incidir en la superficie de separación de dos medios

En la figura 5.16 se representa un rayo luminoso que se refracta al incidir en la superficie de separación de dos medios, (1) y (2). Tracemos la normal a esta superficie en el punto de incidencia del rayo luminoso. Observamos así que esta normal, el rayo incidente y el rayo refractado se encuentran en un mismo plano. En la Figura 5.16, dicho plano es el de la hoja de papel.

El ángulo formado por el rayo incidente y la normal es el *ángulo de incidencia*, que vamos a designar por θ_1. El ángulo θ_2, formado por la normal y el rayo refractado, recibe el nombre de *ángulo de refracción*.

Como muestra la figura 5.16 los ángulos θ_1 y θ_2 no son iguales entre sí y podemos comprobar experimentalmente que si aumenta θ_1, el ángulo θ_2, también aumenta. Durante muchos siglos se intentó descubrir una relación entre estos ángulos. Finalmente, en 1620, el matemático holandés Snell, al analizar un gran número de medidas de ángulos de incidencia y de refracción, concluyó que había una relación constante entre las funciones *seno* de estos ángulos. En otras palabras, Snell descubrió que cuando la luz se refracta al pasar de un medio (1) a un medio (2), se cumple que:

$$\frac{Sen\theta_1}{Sen\theta_2} = cte.$$

Esta constante es característica de ambos medios y, por tanto, para cada par de sustancias tiene un valor diferente. El valor de esta constante es igual al cociente v_1 / v_2, entre las velocidades de la luz en uno y otro medio. Por tanto, cuando la luz sufre refracción al pasar de un medio (1), en el cual su velocidad es v_1, a otro medio (2), en el cual se propaga con velocidad v_2, tenemos que:

$$\frac{Sen\theta_1}{Sen\theta_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

3.3 Índice de Refracción

Consideremos un caso particular importante en el cual un rayo luminoso, que se propaga en el vacío, sufre refracción al penetrar en un medio material cualquiera (Fig. 5.17).

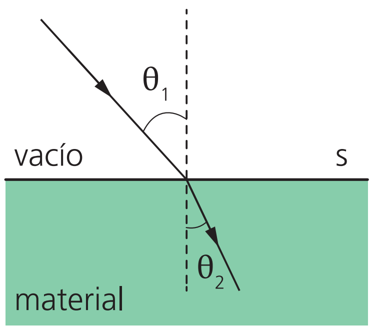


Figura 5.17. Rayo luminoso, que pasa de vacío a un medio material cualquiera.

En este caso, por lo que acabamos de aprender, tendremos que:

$$\frac{Sen\theta_1}{Sen\theta_2} = \frac{c}{v}$$

donde *c* es la velocidad de la luz en el vacío, y *v* es la velocidad en el medio material al cual penetra desde aquél. El cociente c/v es muy importante en el estudio de la refracción y se denomina *índice de refracción* del medio en cuestión, es decir:

el índice de refracción, η, de un medio material es el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío, c, y la velocidad de la luz v, en este medio, es decir:

$$\eta = \frac{c}{v}$$

Observe que η es un simple número (sin unidades), pues se trata del cociente entre dos magnitudes de la misma especie (dos velocidades). Su valor es mayor que 1 para cualquier medio material, dado que la velocidad de la luz en el vacío (3×10^8 m/s) es mayor que en cualquier sustancia. En el caso del aire podemos considerar η = 1, pues la velocidad de la luz en el aire es aproximadamente igual a 3×10^8 m/s.

La Tabla 5.1 da valores del índice de refracción para diversas sustancias:

Índice de Refracción	
Sustancia	**η**
Hielo	1,31
Sal de cocina	1,54
Cuarzo	1,54
Circonio	1,92
Diamante	2,42
Rutilo	2,80
Vidrio	1,50
Alcohol etílico	1,36
Agua	1,33
Glicerina	1,47
Disulfuro de carbono	1,63

Tabla 5.1

La expresión: $\frac{Sen\theta_1}{Sen\theta_2} = \frac{v_1}{v_2}$

Puede escribirse de la siguiente manera:

$$\frac{1}{v_1} Sen\theta_1 = \frac{1}{v_2} Sen\theta_2$$

Al multiplicar ambos miembros de esta igualdad por c, vemos que:

$$\frac{c}{v_1} Sen\theta_1 = \frac{c}{v_2} Sen\theta_2$$

Pero c/v_1 es η_1 (índice de refracción del medio 1), y c/v_2 es η_2 (índice de refracción del medio 2), entonces:

$$\eta_1 Sen\theta_1 = \eta_2 Sen\theta_2$$

Esta ecuación es una de las formas más comunes en que se presenta la Ley de Snell, y describe matemáticamente, de manera general, el fenómeno de la refracción.

Debemos entonces mencionar que:

Cuando la luz pasa de un medio cuyo índice de refracción es $\eta 1$, hacia otro cuyo índice de refracción es $\eta 2$, tendremos siempre que $\eta_1 Sen\theta_1 = \eta_2 Sen\theta_2$ donde $\theta 1$ es el ángulo de incidencia y $\theta 2$ es el ángulo de refracción $\eta = \frac{c}{v}$

Ejemplo:

Para determinar la velocidad de la luz en cierto tipo de vidrio, se hizo incidir un haz de luz que se propagaba en el aire, sobre un bloque de ese material con un ángulo de incidencia $\theta_1 = 30°$. Al medir el ángulo de refracción se obtuvo $\theta_2 = 19°$. La situación se esquematiza en la figura 5.18.

a. ¿Cuál será el valor del incide de refracción del vidrio que se usó en este experimento?

b. ¿Cuál es el valor de la velocidad de propagación de la luz en este vidrio?

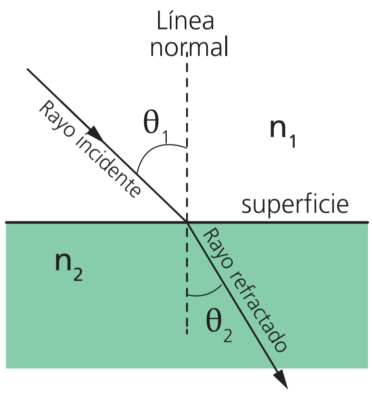


Figura 5. 18 Rayo de luz que pasa del aire al vidrio.

a) Vimos que en la refracción $\eta_1 Sen\theta_1 = \eta_2 Sen\theta_2$, como aquí la luz pasa del aire al vidrio, η_1 será el índice de refracción del aire, es decir $\eta_1=1$ y asimismo η_2 será el índice de refracción del vidrio, que designaremos por η_v.

Entonces:

donde, $\eta_v = \frac{Sen30°}{Sen19°}=\mathbf{1{,}536}$

b) Por la definición de índice de refracción $\eta = \frac{c}{v}$ podemos escribir $v = \frac{c}{\eta}$

Por tanto: $v = \frac{c}{\eta} = \frac{3x10^8\, m/s}{1{,}5} = 2x10^8\, m/s$

Comentario: cuando un rayo luminoso se refracta al pasar de un medio a otro con mayor índice de refracción, el ángulo de refracción es menor que el de incidencia, o en otras palabras, el rayo s refracta "acercándose a la normal".

3.4 Reflexión Total

Consideremos dos medios de distinto índice de refracción, y que los rayos pasan del medio de mayor índice (η_1) al de menor índice (η_2). La figura 5.19 ilustra la situación que acabamos de plantear: la fuente luminosa se encuentra en el medio de mayor índice (agua), los rayos que emite pasan al medio de menor índice (aire).Por ejemplo el rayo OA cuando pasa del agua al aire y dado que $\eta_1>\eta_2$ se alejará de la normal. Otro rayo, como el OB, cuyo ángulo de incidencia es mayor que el del rayo OA, al refractarse también se alejará de la normal. A medida que aumentamos el ángulo de incidencia, encontraremos un determinado rayo incidente OC que presentará un rayo refractado tangente a la superficie de separación de ambos medios; es decir, el ángulo de refracción correspondiente a este rayo es de 90º. El ángulo de incidencia del rayo que se refracta de esta manera se denomina *ángulo límite,* α_L . Cualquier otro rayo luminoso que parta de O y cuyo ángulo de incidencia sea mayor que α_L, como por ejemplo el rayo OD, no surgirá al medio 2. Se comprueba que este rayo es *totalmente reflejado* en la superficie de separación de los dos medios, volviéndose a propagar en el medio 1. Este fenómeno se denomina *reflexión total,* porque en estas condiciones, la totalidad de la luz incidente es reflejada, lo cual no sucede ni en los mejores espejos, los cuales al reflejar, absorben una pequeña fracción del haz incidente.

Usando la ley de Snell, $\eta_1 Sen\theta_1 = \eta_2 Sen\theta_2$

podemos obtener una expresión que permite calcular el valor del ángulo límite α_L . Tomando α_2 = 90º resultará $\alpha_1 = \alpha_L$. Reemplazando en la Ley de Snell, nos queda:

$$\eta_1 Sen\alpha_L = \eta_2 Sen 90^{\circ}$$

como Sen 90º = 1, resulta:

$$Sen\alpha_L = \frac{\eta_2}{\eta_1}$$

PROBLEMAS

I. Un rayo luminoso RO incide sobre un espejo plano (figura 5.31) colocado en la posición EO, como se muestra en la figura de este problema. Siendo ON la normal a este espejo.

1. Trace cuidadosamente en la figura el rayo reflejado OR' (use un transportador para medir los ángulos)

2. El espejo se gira un ángulo α, colocándose en la nueva posición $E'O$. Trace la normal ON' para esta nueva posición.

3. Considerando el mismo rayo incidente, trace el rayo reflejado, OR'', para la posición $E'O$ del espejo.

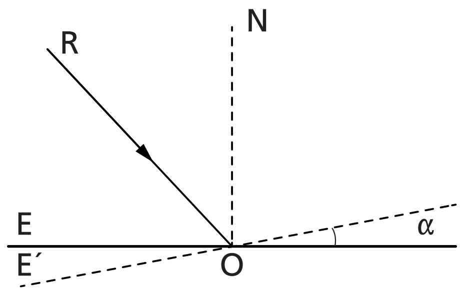


Figura 5.31. Un rayo luminoso incide sobre un espejo plano.

4. Mida con el transportador el ángulo β que giró el rayo reflejado al pasar de la posición OR' a OR''.

5. Se puede demostrar que $\beta = 2\,\alpha$, es decir cuando el espejo plano gira cierto ángulo, el rayo reflejado gira un ángulo el doble. ¿Sus medidas concuerdan lo señalado?

II. Un rayo de luz incide verticalmente sobre un espejo plano (figura 5.32) inclinado 10º en relación con el plano horizontal, según consta en la figura. De las siguientes afirmaciones indique cuál/es son correcta/s:

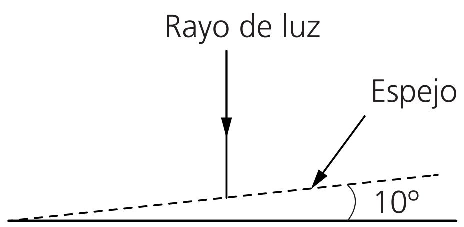


Figura 5.32. Un rayo de luz incide verticalmente sobre un espejo plano.

a) El rayo reflejado también es vertical.

b) El rayo reflejado forma un ángulo de 5º con el rayo incidente.

c) El rayo reflejado forma un ángulo de 10º con el rayo incidente.

d) El ángulo entre el rayo reflejado y el incidente es de 20º.

e) El ángulo de incidencia y el ángulo de reflexión son ambos iguales a 5º.

III. Un muchacho de 1,50m de estatura puede ver su imagen en un espejo plano vertical que se encuentra a 3 m de distancia. Sus ojos se encuentran a 1,40m del piso. Determine la altura del espejo y la posición medida desde el piso del espejo más corto en que puede ver completamente su imagen

IV. En la figura 5.33 se observa un dispositivo llamado nivel óptico, muy utilizado para medir pequeñas deflexiones. Como se muestra en la figura un rayo de luz IO incide sobre un espejo plano pequeño. El espejo refleja el rayo sobre una escala recta SC, paralela al espejo MM y se localiza a 1m de distancia de éste. Cuando el espejo gira un ángulo de 8º y toma la posición $M'M'$, ¿Qué distancia se desplazará sobre la escala la mancha de luz? (29cm)

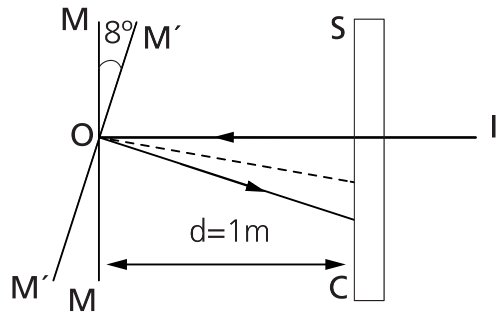


Figura 5.33. Medidor de pequeñas deflexiones.

V.Un espejo esférico cóncavo como el que se muestra en la figura 5.34, tiene un radio de curvatura de 4m. Un objeto OO' de 5cm de altura, se coloca enfrente del espejo a 3m del mismo.

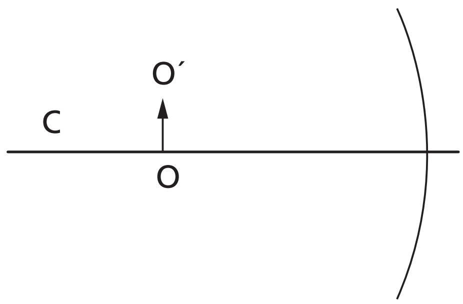


Figura 5.34. Un espejo cóncavo y un objeto ubicado enfrente de él.

1. Repita el dibujo en su hoja e indique en él la posición del foco del espejo.

2. Determinar mediante el trazado de los rayos principales, la posición y la altura de la imagen.

VI. Un objeto de 1 cm de altura está situado a distancia de 7 cm de en espejo esférico convexo de 20 cm de radio. Representa la situación planteada en una *escala 1:1* (los valores dados son los valores que debe utilizar en sui dibujo) y a través del diagrama de marcha de Rayos Principales, determine la posición y el tamaño de la imagen.

VII. La figura 5.35 muestra un rayo luminoso que incide en la superficie de separación de dos medios (1) y (2). Suponga para el medio 1 un índice de refracción $h_1 = 1{,}45$ y para la velocidad de la luz en el vacío un *valor* $c = 3x10^8 m/s$..

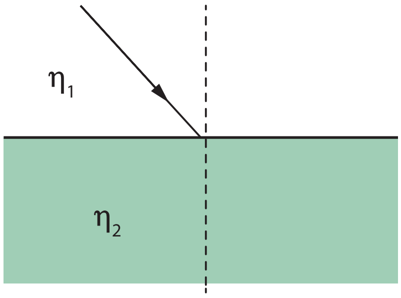


Figura 5.35. Un rayo luminoso que incide en la superficie de separación de dos medios

1. Calcule la velocidad de la luz en el medio 1.

2. Muestre sin hacer cuentas, la dirección aproximada del rayo refractado en el medio (2) suponiendo que $\eta_2 > \eta_1$ *y* $\eta_2 < \eta_1$.

VIII. Un rayo luminoso, al pasar de un *medio A* a otro *medio B*, se refracta en la forma que muestra en la figura 5.36.

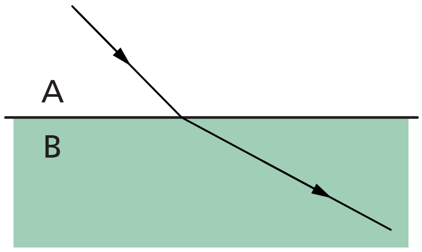


Figura 5.36. Un rayo luminoso que pasa de un medio a otro refractándose.

1. Al refractarse dicho rayo, ¿se aproxima o se aleja de la normal?. El ángulo de incidencia θ_1, ¿es mayor o menor que el ángulo de refracción θ_2?

2. ¿Cuál de los dos medios tiene mayor índice de refracción?

3. ¿En cuál de los dos medios la luz se propaga más rápidamente?

UNIDAD 6

ALGUNAS PROPIEDADES DE LAS ONDAS

1. LOS FENÓMENOS ONDULATORIOS

Si nos paramos en la costa de un lago la luz que detectamos cuando miramos, los sonidos que percibimos y las olas que se forman en la superficie del agua ilustran tres tipos diferentes de fenómenos ondulatorios. También son un fenómeno ondulatorio las ondas sísmicas que percibimos cuando ocurre un temblor de tierra. Otro fenómeno ondulatorio es el de las ondas de radio que nos permiten escuchar nuestro tema musical favorito, mientras que otro tipo de ondas electromagnéticas les brinda información a los radioastrónomos sobre cataclismos distantes que se producen en el cosmos.

Como acabamos de señalar, el mundo real se nutre de un importante conjunto de fenómenos físicos, que pueden ser considerados como fenómenos ondulatorios. Un fenómeno ondulatorio se presenta cuándo una propiedad física en un punto del espacio (ondas electromagnéticas, ondas sonoras), del plano (ondas en el agua) y en un eje (ondas en una cuerda), cambia en forma rítmica con el tiempo. En consecuencia los fenómenos ondulatorios dependen del espacio y del tiempo.

Por ejemplo cuando golpeamos una campana (figura 6.1) esta vibra y esa vibración induce el movimiento de las partículas de aire próximas a la campana que a su vez comunican esa vibración a las partículas de aire un poco más alejadas, provocando finalmente una onda sonora que se propaga por el espacio, en todas las direcciones, a partir del punto en el que se encuentra la campana.

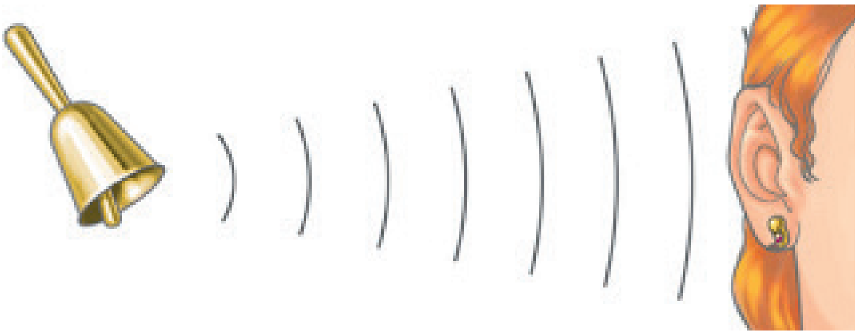


Figura 6.1 Ondas sonoras que provoca la vibración de la campana

Las ondas, columna vertebral de los fenómenos ondulatorios, como señalábamos en párrafos anteriores se propagan en determinados medios en el espacio, el plano o una recta. Si este medio no tiene límites las ondas se propagan indefinidamente y se denominan “ondas viajeras”, por el contrario si el medio en el cual se propagan tiene límite, por ejemplo una cuerda fija en sus dos extremos como las cuerdas de una guitarra, bajo determinadas condiciones geométricas se puede instalar en la misma una “onda estacionaria”.

¿Qué es una onda?

Todos sabemos lo que es una onda ... por lo menos hasta que tenemos que escribir un párrafo para definirla, lo que ilustra que la física es un lenguaje tanto como las matemáticas. En las ciencias a menudo resulta difícil generalizar con precisión nuestras observaciones en razón de que se trata de conocimiento estructurado en el cual se debe ser extremadamente preciso en el uso de las palabras y sus correspondientes significados.

Necesitamos un modelo de onda que abarque las diversas variedades que se presentan en la naturaleza. Si pensamos en las imponentes olas del mar o en las pequeñas ondas que se generan al arrojar una piedra en un estanque en calma, resulta claro que las ondas del agua son una perturbación oscilatoria que se mueve, decimos se propaga, a través de la superficie del agua. Cuando dichas ondas se ponen en contacto con usted o con una canoa que flota en el agua, es evidente que le transmiten energía ya que la canoa se pone en movimiento. Una onda implica el transporte de energía con una velocidad característica que tiene poca relación con las velocidades de las partículas materiales, cuando estas existen. En una ola alejada de la playa, el movimiento dominante de una partícula de agua individual es ascendente y descendente, perpendicular a la dirección del movimiento de la ola. Dichas olas se tornan mucho más complicadas cuando rompen cerca de la playa.

Una perturbación ondulatoria que se propaga puede implicar cualquier tipo de magnitud física. Una onda mecánica es una perturbación que se propaga por un medio material (sólido, líquido o gas). El término onda mecánica indica su estrecha relación con la materia. Estas ondas implican movimientos oscilatorios de los átomos o las moléculas que conforman el material, sin que se requiera el transporte neto de este material a largas distancias en la dirección del movimiento de la onda. Una ola desplaza el agua sobre todo hacia arriba y hacia abajo sin ningún movimiento promedio a largo de la dirección de propagación de la ola. Una locomotora genera ondas mecánicas (vibraciones y ondas de sonido) en las vías de acero, por las que se mueve, que se propagan con una rapidez característica, aunque las partículas de la vía se mueven un poco, la vía misma no se mueve de manera progresiva conforme lo hacen las ondas mecánicas que se propagan por ella. Existen otro tipo de ondas capaces de propagarse en el vacío (sin necesidad de un medio material), entre ellas están las oscilaciones de propagación de diferentes tipos de campos, por ejemplo: campos eléctricos y magnéticos (ondas electromagnéticas, como por ejemplo la luz), o campos gravitatorios (ondas de gravedad). Dichas ondas no son mecánicas ya que no necesitan de un medio material para propagarse.

Al generalizar estas observaciones, caracterizamos una onda como una perturbación que se propaga con una velocidad característica de una región a otra del espacio, transfiriendo energía y sin transferencia de masa.

Las ondas mecánicas y las de campos oscilatorios satisfacen una ecuación general de onda que permite describir la forma en que se propagan estas perturbaciones en el espacio y el tiempo. Es interesante destacar que en la actualidad la Física ha descubierto que existe una relación misteriosa y sutil entre las partículas y las ondas, que recibe el nombre de dualidad onda-partícula, y que mencionamos aquí con el solo propósito de despertar la curiosidad de nuestros alumnos. Esta dualidad implica en última instancia, y de manera sorprendente, que no podemos tener ondas sin partículas ni partículas sin ondas.

2. TIPOS DE ONDAS

2.1 Ondas longitudinales

Tome un resorte (esos de material plástico que los niños usan como juguete) y estírelo sobre su escritorio con uno de sus extremos en su mano y el otro fijo a la pared las espiras del resorte se espacian uniformemente. Comprima ahora bruscamente (A→A') a lo largo del eje el extremo del resorte que sostiene con la mano, como en la figura 6.2 sin regresar su mano a la posición original. La compresión se propaga por el eje del resorte con una velocidad que recibe el nombre de velocidad de propagación de la onda.

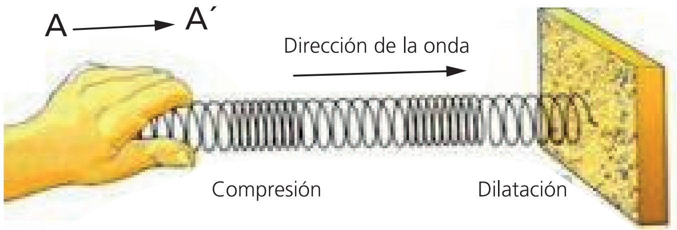


Figura 6.2 Propagación de una onda en un resorte.

Si ahora extiende rápido (A→A') el extremo del resorte que sostiene con al mano, como en la figura 6.3 de nuevo sin regresar su mano a su posición original, se transmite un pulso contrario al anterior, llamado rarefacción, por el eje resorte. Si realiza una serie de compresiones y extensiones con la mano que sujeta el resorte obtendrá como resultado diversas compresiones y rarefacciones que se desplazan a lo largo del eje del resorte. En dichas perturbaciones, la oscilación de las partículas del resorte tiene lugar a lo largo de la 1ínea de propagación de la onda.

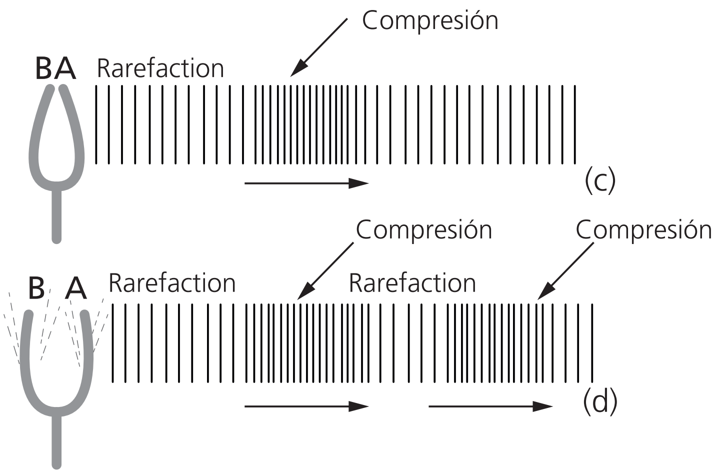


Figura 6.3 Propagación de una onda en un resorte.

Las ondas cuya oscilación se produce a lo largo de la línea de propagación de la onda reciben el nombre de ondas longitudinales. Si las compresiones y extensiones que se realicen en el extremo del resorte responden a un movimiento armónico simple cada espira del resorte oscilará alrededor de un punto determinado, también con un movimiento armónico simple. NOTA: Se denomina movimiento armónico simple al movimiento que realiza la masa de un péndulo ideal, o el movimiento que realiza una masa suspendida de un resorte cuando oscila al rededor de su posición de equilibrio.(figura 6.4).

$$y = A\sin\omega t = A\sin\sqrt{\frac{k}{m}}\,t$$

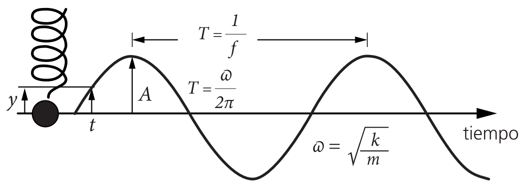


Figura 6.4 Movimiento Armónico Simple.

Las ondas sonoras, en el aire u otros gases, son ondas mecánicas longitudinales y se las considera como variaciones de densidad o presión que se propagan en la misma dirección que viaja la onda. Son el resultado de movimientos longitudinales de las partículas que forman el medio material a través del cual viaja la onda sonora. Las regiones de alta densidad (o alta presión) son compresiones; y las regiones de densidad reducida (o baja presión), rarefacciones. Dichas variaciones de la densidad (o presión) respecto del valor medio se consideran positivas en el caso de las compresiones y negativas en el de las rarefacciones. La densidad (o presión) jamás puede ser negativa.

Ondas transversales

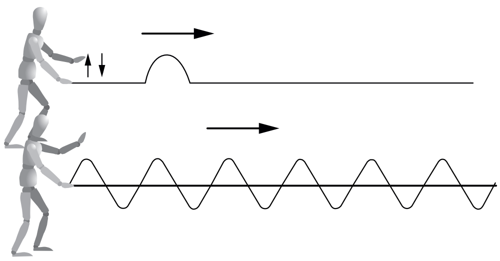


Figura 6.5 Propagación de una perturbación a lo largo de la cuerda

Efectuemos otro experimento. Tome una cuerda y extiéndala a lo largo de su habitación, fije un extremo a la pared y sostenga el otro con su mano. Si mueve rápido su mano de A a A', luego de A' a A" y finalmente de A" a A (una sola vez como se indica en la figura 6.5) la perturbación que usted genere se propagara a lo largo de la cuerda, de un extremo (el que esta sujeto a su mano) hacia el otro (el que esta sujeto a la pared). En la figura 6.5 se representa gráficamente esta perturbación en un instante de tiempo determinado. Si observa con cuidado verá que el movimiento de un trocito de la cuerda es para arriba y para abajo mientras que la dirección en la que se propaga la perturbación es horizontal, desde su mano hacia la pared. Por lo tanto el movimiento de las partículas que forman la cuerda es perpendicular a la dirección en que se propaga la perturbación. Las partículas se mueven hacia arriba y hacia abajo alrededor de su posición de equilibrio y una vez que ha pasado la perturbación quedan en reposo en el mismo sitio en que se encontraban antes del paso de la perturbación ondulatoria.

Mueva ahora su mano rápido de arriba abajo varias veces, como se indica en la figura 6.6, dibujada para un instante de tiempo determinado, observará que se producen varias oscilaciones que se propagarán a lo largo de la cuerda, en las que las partículas materiales se mueven siempre en una dirección perpendicular a la dirección en que se propagan las ondas.

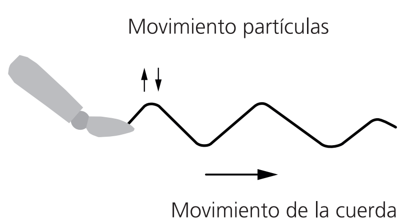


Figura 6.6 Propagación de una onda a lo largo de la cuerda.

Las ondas cuya oscilación se produce en un plano perpendicular a la línea de propagación de la onda reciben el nombre de ondas transversales.

Las ondas en una cuerda son un ejemplo de ondas transversales. La luz también es una onda transversal, aunque no es mecánica, sino una onda de los campos magnéticos y eléctricos que oscilan en el espacio (aun cuando este está vacío).

Así, la principal diferencia física entre las ondas longitudinales y transversales es la dirección de 1as oscilaciones de las partículas.

Los terremotos producen tanto ondas mecánicas transversales como longitudinales, denominadas ondas sísmicas, que se propagan desde el foco del movimiento telúrico. El epicentro es el lugar de la superficie de la Tierra que está justo encima del foco del temblor. La onda longitudinal recibe el nombre de onda P. La onda transversal recibe el nombre de onda S.

Sin embargo, no se quede con la idea de que todas las ondas que no sean longitudinales son transversales. Ciertas clases de ellas presentan ambas características al mismo tiempo, por lo que no son sólo longitudinales o transversales. Las ondas en la superficie del agua son buenos ejemplos de esta clase mixta. Si observa con cuidado la ondulación de las partículas del agua conforme pasa una onda acuática (una ola) en aguas profundas lejos de la costa, por lo general las partículas, además de subir y bajar, también presentan movimiento pequeños paralelos y antiparalelos a la dirección de propagación la onda.

3. DESCRIPCIÓN DE LAS ONDAS

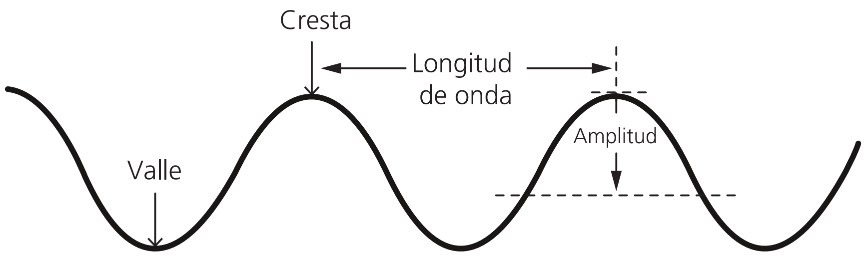


Figura 6.7 Representación gráfica de una onda

Una curva senoidal, función seno, como la indicada en la figura 6.7, puede describir gráficamente una onda. Piense que se trata de una cuerda, la de la figura 6.6, y que la ha dibujado en un instante de tiempo determinado (t=0). Como en el caso de una ola, los puntos más elevados se llaman crestas y los más bajos se llaman valles. La línea recta punteada representa la posición de equilibrio, que coincide con el punto medio de la vibración. El término **amplitud** denota la distancia que va desde el punto medio hasta la cresta (o hasta el valle) de la onda. Así pues, la amplitud es igual al máximo alejamiento de la posición de equilibrio.

La **longitud de onda** es la distancia entre la cima de una cresta y la cima de la cresta siguiente, o de manera equivalente, la longitud de onda es la distancia entre partes idénticas sucesivas de la onda. Las longitudes de onda de las olas del mar son del orden de varios metros, las longitudes de onda de los rizos que se forman en un estanque son del orden de algunos centímetros y las longitudes de onda de la luz son del orden de millonésimas de metro (micrómetros).

La **frecuencia** nos dice cuán a menudo ocurre una vibración. La frecuencia de un péndulo o de una masa acoplada a un resorte especifica el número de vibraciones de ida y vuelta que efectúa durante la unidad tiempo. Un viaje completo de ida y vuelta es una vibración. Si se lleva a cabo en un segundo, la frecuencia es de una vibración por segundo. Si se efectúan dos vibraciones en un segundo, la frecuencia es de dos vibraciones por segundo. En el caso de una onda viajera, la frecuencia es el número de ciclos (longitudes de onda) que pasan por un punto del espacio en la unidad de tiempo.

La unidad de medida de la frecuencia se llama hertz (Hz). Una vibración por segundo corresponde a una frecuencia de 1 hertz; dos vibraciones por segundo equivalen a una frecuencia de 2 hertz, y así sucesivamente. Las grandes frecuencias se miden en kilohertz (kHz), equivalente a 1000Hz, y las frecuencias aún más elevadas en megahertz (MHz), equivalente a 1.000.000Hz. Las emisoras radiofónicas emiten sus señales por medio de una radiación electromagnética de alta frecuencia denominada onda portadora. La frecuencia de emisión se mide en kilohertz para la banda de Amplitud Modulada (AM) mientras que las ondas de Frecuencia Modulada (FM) se transmiten en megahertz. Por ejemplo la radio de la Universidad Nacional de Córdoba que ocupa una posición en la banda de AM correspondiente a los 580 kHz , emite ondas electromagnéticas cuya frecuencia es de 580.000 vibraciones por segundo. Mientras que su emisora en la banda de FM, Power 102, emite ondas de radio cuya frecuencia es de 102 MHz equivalentes a 102.000.000 vibraciones por segundo.

El **período** es el tiempo que se requiere para que una onda efectúe una vibración completa o el tiempo que tarda un ciclo (longitud de onda) en pasar por un punto del espacio. Si conocemos la frecuencia de una onda podemos calcular su período y viceversa. Suponga, por ejemplo, que un péndulo realiza dos vibraciones en un segundo. Su frecuencia es de 2 Hz. El tiempo que requiere para efectuar una vibración completa, es decir, el período de vibración. Es de ½ segundo. La frecuencia y el período son cantidades inversas:

$$f = \frac{1}{T} \quad \therefore \quad T = \frac{1}{f}$$

Las ondas se propagan con una **velocidad** característica. La rapidez de una onda depende del medio a través del cual se propaga. Las ondas sonoras, por ejemplo, viajan con una velocidad de unos 330 a 350 m/s en el aire (dependiendo de la temperatura) y unas cuatro veces más aprisa en el agua. Sea cual sea el medio, la rapidez de una onda está relacionada con su frecuencia y su longitud de onda. Puede entender esto considerando el caso simple de las ondas en el agua. Suponga que pone la vista en un punto fijo de la superficie del agua y que observa las olas que pasan por este punto. Si cuenta el número de crestas que pasan cada segundo (la frecuencia) y además observa la distancia entre dos crestas sucesivas (la longitud de onda) puede calcular la distancia horizontal que recorre una cresta dada en un segundo.

Por ejemplo, si por un punto estacionario pasan dos crestas por segundo y si la longitud de la onda es de 3 metros, entonces en cada segundo pasan 2 x 3 metros. Por lo tanto, las ondas se desplazan a 6 metros por segundo (6m/s). Podemos decir lo mismo de esta manera:

$$v = f \cdot \lambda$$

donde v es la velocidad de propagación de la onda, f la frecuencia y λ la longitud de onda. Esta relación es válida para todo tipo de ondas, ya sean ondas en el agua, ondas sonoras u ondas de luz.

Otra forma de obtener la velocidad de propagación de una onda consiste en calcular el cociente entre la distancia recorrida por la perturbación y el tiempo que demora en recorrer esta distancia:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Si tomamos una distancia de una longitud de onda λ, el tiempo empleado por la onda en recorrer esa distancia será igual al período T, de donde resulta:

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

En un concierto no oímos las notas altas de un acorde antes que las notas bajas o viceversa. Los sonidos de todos los instrumentos llegan hasta nosotros al mismo tiempo. Para un sonido que se propaga en el aire el producto de la frecuencia por la longitud de onda da siempre el mismo valor por ejemplo: 340m/s. Observa que a las frecuencias bajas corresponden longitudes de onda grandes y a las frecuencias altas longitudes de onda relativamente pequeñas. La frecuencia y la longitud de onda varían inversamente, produciendo la misma rapidez para todos los sonidos.

4. EL ECO

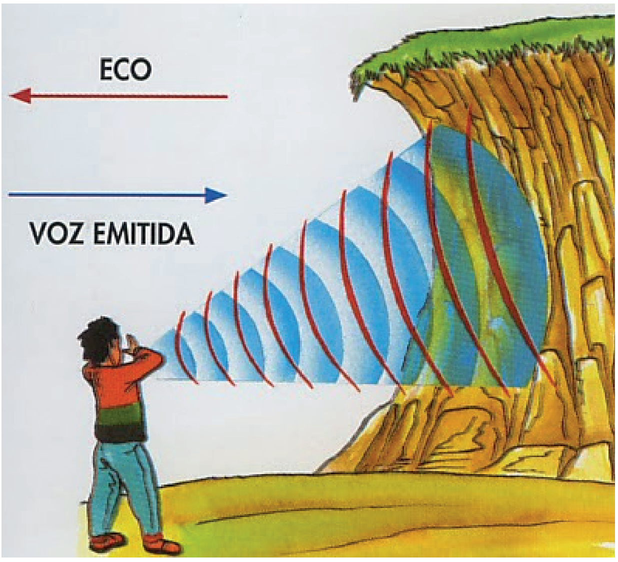


Figura 6.8 El sonido reflejado en el espejo esférico produce en eco en el foco.

Al llegar al límite existente entre dos medios diferentes, el sonido puede ser reflejado, trasmitido, o absorbido. Así, el sonido se puede reflejar en un acantilado, los límites de un bosque, un iceberg alejado, o un espejo sonoro metálico curvo. La figura 6.8 ilustra una hoja de un metal pulido curvado en forma de casquete esférico, que se utiliza en el experimento de reflexión de un haz sonoro que llega desde una fuente distante y que concentra su energía en un punto denominado foco.

Llamamos eco al sonido que percibimos como resultado de una reflexión del sonido original en un elemento reflector lejano. Este fenómeno mas allá de ser un efecto que llena de curiosidad al observador desprevenido, es utilizado, en forma natural, por numerosos animales como un medio de detección de objetos próximos y por el hombre en un ingenioso dispositivo de teledetección submarina: el sonar.

Los ecos o reverberaciones múltiples se producen si la fuente de sonido está ubicada entre dos superficies paralelas reflectoras de sonido de la misma manera que se obtienen imágenes múltiples cuando se ubica una fuente de luz entre dos espejos ópticos paralelos. El estallido de un trueno es producido por las reflexiones repetidas del estallido originario entre la tierra y las nubes, o entre las nubes adyacentes. El rugido de los automotores que atraviesan un túnel para vehículos es debido a las reflexiones múltiples en las paredes del túnel.

Técnicamente, los ecos son sonidos reflejados, percibidos separadamente al sonido directo. Si el sonido reflejado llega al oído luego de que ha transcurrido más de un 0,1s desde que se produjo el sonido originario, se perciben dos sonidos individuales, el "nuevo" y el eco del "viejo". Esto origina confusión y pérdida de inteligibilidad. Debido a que el sonido se desplaza a la temperatura ambiente a una velocidad de aproximadamente 344,5 metros/segundo, en 0,1s cubre una distancia de ida y vuelta o total de 34,45m. Esto es equivalente a una distancia crítica en una dirección de 17,2m. En consecuencia la máxima distancia permisible entre el locutor y la pared opuesta de una habitación acústicamente no corregida no debería superar los 17,2m si se han de evitar ecos molestos.

Las habitaciones más amplias, tales como los auditorios, teatros y las salas de conciertos están acústicamente caracterizadas por su tiempo de reverberación. Este es el tiempo requerido para que la intensidad de un sonido, disminuya a una millonésima parte de su valor original. Los tiempos de reverberación grandes son los responsables de una persistencia prolongada de los sonidos origínales, con la superposición consecuente de los sonidos viejos con sonidos nuevos y el enmascaramiento de los componentes significativos del lenguaje. Sí el tiempo de reverberación es demasiado pequeño, el locutor debe elevar la intensidad de su voz para superar el efecto de lo que ahora parece ser un auditorio muerto. Un tiempo de reverberación de aproximadamente un segundo es adecuado para un pequeño salón de conciertos y un máximo de 3 segundos se adapta mejor a un teatro o auditorio grande.

PROBLEMAS

I. Una cuerda de guitarra vibra con una frecuencia de 440Hz, emitiendo una onda sonora de la misma frecuencia . Si la velocidad de propagación del sonido en el aire es de 340m/s, calcular:

1. El período de la vibración.
2. La distancia recorrida por la onda sonora en 1,7s.

II. La radio de la Universidad Nacional de Córdoba emite ondas electromagnéticas cuya frecuencia es de 580kHz en la banda de AM . Mientras que su emisora en la banda de FM, Power 102, emite ondas de radio cuya frecuencia es de 102 MHz. Sabiendo que la velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas en el aire es de $3x10^8$M/s, calcular:

1. El período de las ondas que emite cada una de las radioemisoras.
2. Longitud de las ondas que emite cada una de las radioemisoras.

III. Sobre uno de los extremos de un perfil de hierro de 25 m de longitud, se aplican suaves golpes con un martillo que excitan ondas transversales que se propagan a lo largo del perfil con una velocidad de 5.130 m/s. ¿Cuánto tiempo demora una perturbación en recorrer el perfil?

IV. En una cuerda elástica tensada, se propaga una onda armónica, de forma que los puntos materiales de la misma oscilan con una amplitud de 3cm y un período de 0,2s. Si la onda avanza a 30cm/s. ¿Cuál es la frecuencia y la longitud de onda de la perturbación?

V. La velocidad del sonido en el aire es 340 m/s, y en el agua 1.420 m/s. Calculen la longitud de onda de una vibración de frecuencia 256 Hz cuando:

1. Se propaga en el aire.
2. Se propaga en el agua.

VI. Una onda electromagnética cuya frecuencia es de unos $5{,}2x10^{14}$Hz, es percibida por el ojo humano como luz amarilla. Calcule la longitud de una onda:

1. Cuando se propaga en el aire en donde la velocidad de propagación es de 300.000 km/s.
2. Cuando se propaga en un vidrio en donde la velocidad de propagación es de 200.000 km/s

VII. Un físico en su laboratorio mide, durante una tormenta, un tiempo de 3,7s entre el instante en que ve caer un rayo y el momento en que escucha el trueno. Teniendo en cuenta que la luz y el sonido se propagan en el aire con una velocidad de $3x10^8$m/s y 340m/s respectivamente ¿A qué distancia del laboratorio cayó el rayo?

VIII. Un geólogo emite un sonido en la boca de una cueva, y 1,2s después recibe el eco. ¿A que distancia de la boca de la mina se produce el rebote del sonido?

IX. Explique brevemente en que consiste el fenómeno de la reverberación y cual es el tiempo máximo de reverberación admisible en un gran auditorio en donde se quiere poner en escena un concierto musical.

PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA DE LA UNIDAD Nº 2

Un leopardo africano (L) especialmente adiestrado para cazar, persigue en línea recta y a velocidad constante, a una gacela (G) que también se mueve con MRU. La figura muestra la situación en un instante dado (considerado como t=0s), y la tabla muestra algunas posiciones del leopardo y la gacela posteriores a ese instante.

t(s)	x_L	x_G
0	0	100
1	24	112
2		
...		
...		
...		
...		
...		
...		
10		

Tabla

1. *Complete la tabla anterior*

2. *En un sistema de ejes (t,x) represente el movimiento del leopardo y la gacela*

3. *Escriba las funciones posición para el leopardo y su presa*

4. *Determine gráfica y analíticamente el instante y la posición en que el leopardo alcanza a la gacela*

Resolución

a) Gráfico de la situación y deducción de información a partir del enunciado:

El enunciado del problema (que incluye la figura y la tabla) nos dice que **el leopardo está inicialmente 100 m detrás de la gacela y que ambos se mueven a velocidad constante**. Podemos representar esa información en un eje x cuyo origen coincida con la posición del

leopardo en el instante t=0:

La representación anterior se trata de una “foto” ya que representa la situación solamente en el instante inicial. Para futuros instantes ambas posiciones (y por lo tanto la posición relativa) cambiarán. Para visualizar ese cambio necesitamos saber algo acerca de los módulos de las velocidades de ambos animales (ya sabemos que el sentido y dirección son los mismos), aunque es de prever que el leopardo se mueva más rápido que la gacela a fin de alcanzarla. Para estar seguros, veamos si disponemos de esa información en el enunciado.

A partir de la información de la tabla, podemos calcular los módulos de las velocidades del leopardo y la gacela, dado que cuando la velocidad es constante, v = Δx/Δt. En particular, las dos primeras filas de la tabla nos proporcionan esa información.

Para el leopardo v = (24m-0m)/(1s-0s) = 24 m/s, y para la gacela v = (112m-100m)/(1s-0s) = 12 m/s.

Luego, a medida que transcurra el tiempo, si bien ambos se alejarán del origen de coordenadas en el mismo sentido, la distancia que separa a ambos se reducirá hasta que sea cero. En ese instante el leopardo alcanzará a la gacela.

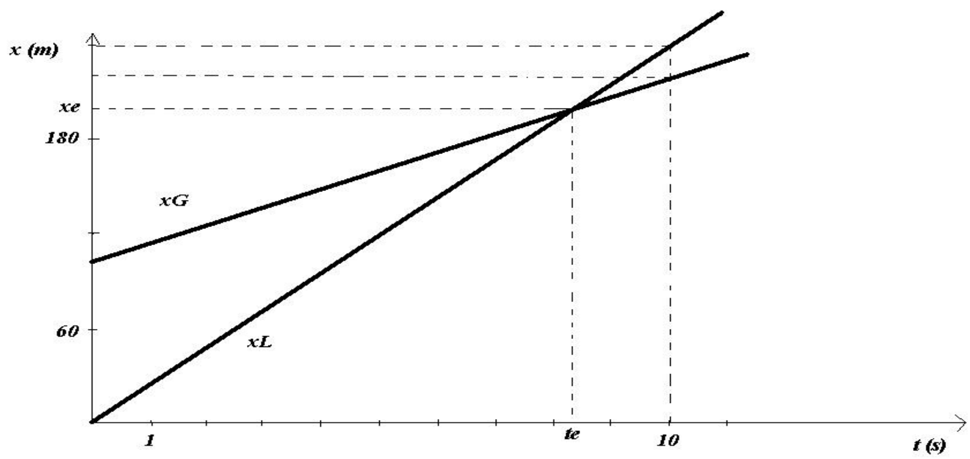
Si bien no hemos "resuelto" el problema, en el sentido que no respondimos aún a las preguntas planteadas, este estadio favorece una mayor comprensión de la situación física que el enunciado plantea. Esta mayor comprensión facilita el aprendizaje de esta tarea (la resolución de problemas) dado que permite decidir y evaluar los estadios subsiguientes del proceso de solución.

b) Planificación y ejecución de la solución del problema:

Una vez "comprendida la situación", la solución en este caso, está en parte planificada a través de las preguntas del enunciado. En primer lugar, los conceptos más relevantes para planificar y ejecutar la solución del problema, ya han sido recuperados en la etapa previa: el concepto de velocidad para un movimiento rectilíneo uniforme. **A partir de este concepto, puede completarse la tabla utilizando la expresión Δx = v Δt para cada uno de los animales**. Para Δt = 1s, los Δx de la gacela son 12 m, y para el leopardo son 24 m, o sea que la tabla queda:

t [s]	x_L[m]	x_G[m]
0	0	100
1	24	112
2	48	124
3	72	136
4	96	148
5	120	160
6	144	172
7	168	184
8	192	196
9	216	208
10	240	220

La tabla nos permite estimar que el encuentro se producirá entre las posiciones 192m y 216m, y entre los tiempos 8s y 9s. Se trata de una predicción cualitativa porque no tenemos aún resultados numéricos precisos. Estas precisiones se concretarán a partir del cálculo del par ordenado (t_e,x_e) del encuentro de los animales.



Pasamos ahora a la segunda demanda del problema: representar en un sistema de ejes cartesianos los movimientos del leopardo y la gacela. Debemos representar gráficamente en un sistema de ejes (t,x) cuatro pares ordenados de la tabla, dos para cada animal. Utilizamos sólo dos ya que cuando la velocidad es constante la función x(t) es una recta, y dos puntos son suficientes para determinarla. Elegimos (0s,0m) y 10s,240m) para el leopardo, y (0s,100m) y (10s,220m) para la gacela.

Esta representación gráfica resulta mucho más conveniente que la realizada al comienzo (la "foto" de la gacela y el leopardo en el instante inicial), ya que al agregar la dimensión temporal, nos permite "ver" no sólo posiciones de ambos animales, sino también los instantes en que esas posiciones son alcanzadas. En general, es este tipo de representación el más adecuado cuando se abordan problemas de cinemática. Este gráfico nos permite también "ver" la velocidad de los móviles, la cual está representada geométricamente como la pendiente de la gráfica x(t) (recordar la definición de velocidad para el MRU).

En cuanto a las funciones posición, ambos se mueven con MRU, con lo que la forma general de sus funciones posición será: $x(t)=x_0+vt$. Para estos casos particulares las funciones quedan:

$\boldsymbol{x_G(t)=100m+12m/st}$ para la gacela, ***y*** $\boldsymbol{x_L(t)=24m/st}$ para el leopardo

El punto de encuentro según el gráfico es aproximadamente x_e = 200m, y el tiempo de encuentro, aproximadamente t_e = 8,3s.

Para calcular estas coordenadas analíticamente debemos igualar las funciones posición de ambos animales, ya que las posiciones de ambos coinciden en el punto de encuentro:

$$100m+12m/st = 24m/st$$

Esta es una ecuación con una incógnita (t), y su solución será el tiempo en el que se encuentran. Resolviendo esta ecuación resulta:

$$t = te = 8,33\ldots s$$

La posición del encuentro se obtiene de reemplazar este tiempo en cualquiera de las dos funciones posición anteriores:

$$x_L(t)=24m/s.\ 8{,}33s = 200m$$

c) Control de resultados

En este estadio contrastamos nuestras predicciones cualitativas elaboradas a partir de la observación de la tabla y los resultados gráficos y numéricos obtenidos a posteriori. Una inspección de tales resultados, nos permite corroborar que éstos se encuentran dentro de los esperados.

Problema de la Unidad Nº 3

Un automovilista viaja por una calle siguiendo una trayectoria rectilínea a velocidad constante. En un determinado momento antes de llegar a la esquina, advierte que el semáforo está en rojo e inmediatamente aplica los frenos, proporcionando al auto una aceleración de frenado constante. Cuando el conductor advierte el semáforo, su velocidad era de 10 m/s, y se encontraba a 25 m de la esquina.

1. *Dibuje la situtación planteada*

2. *Represente cualitativamente la situación en un gráfico (t,x)*

3. *¿Qué valor de aceleración le aplican los frenos al auto, si el conductor se detiene 5m antes de llegar a la esquina?*

4. *Determine el valor de la fuerza de frenado si el coche posee una masa m = 1450Kg.*

Resolución

a) Representar la situación y deducir información del enunciado

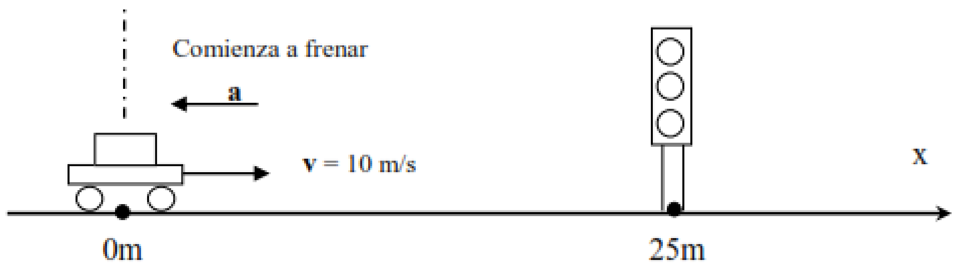
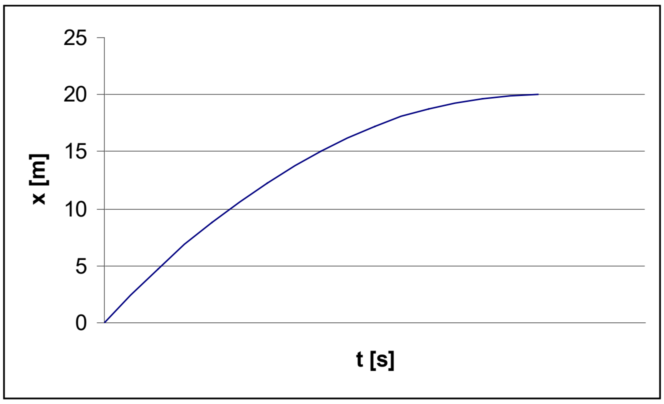


Gráfico de la situación planteada

La situación que describe el enunciado consta de dos estadios distintos: uno en el que el móvil se mueve con velocidad constante, y otro que comienza donde aplica los frenos, por lo que su velocidad disminuye con aceleración constante hasta detenerse. Dado que todas las preguntas se refieren a este segundo tramo, es conveniente representar el movimiento tomando como punto de referencia el punto donde el conductor advierte el semáforo y aplica los frenos. Esta representación gráfica podría ser en una o en dos dimensiones. El gráfico anterior es en una dimensión. Como lo advertimos en el problema resuelto de la Unidad Nº 2, incorporar el eje temporal brinda más información que una representación uni-dimensional para representar sólo la posición.

En esta representación, se han destacado los vectores velocidad y aceleración. Aunque se trate de magnitudes vectoriales, estos vectores tienen la misma dirección, por lo que desde ahora en adelante se considerarán sólo los módulos precedidos de signos más o menos según el sentido del vector respecto de nuestro sistema de referencia elegido.

Como la aceleración es constante, el movimiento de coche es un MRUV, por lo que la gráfica de la posición en función del tiempo será una parábola (o rama de parábola). Al momento de dibujar esa parábola tendremos en cuenta que: la velocidad del coche es siempre positiva (y por lo tanto las pendientes de la parábola tendrán que ser siempre positivas), que el coche parte desde t=0 y x_0=0 (lo elegimos así por simplicidad ya que no hay ninguna indicación que nos lo impida), que las pendientes de las rectas tangentes a la parábola (que representan geométricamente las velocidades del coche en cada instante) deberán ser cada vez menores hasta ser cero en el instante de detención (cuando el coche se detiene, su velocidad es cero, y por lo tanto la pendiente de la recta tangente a la parábola tiene que ser cero), y que el coche se detiene a los 20m de haber comenzado a frenar.



Este gráfico representa la posición del auto en función del tiempo hasta que se detiene. Advierta que todas las restricciones anteriores se cumplen.

b) Planificación y ejecución de la solución del problema

Para dar respuesta a las tres últimas preguntas, debemos, como con cualquier problema de cinemática, plantear las funciones de movimiento del coche: la función posición y la función velocidad. Sólo estas funciones nos permiten hacer algún cálculo numérico Estas funciones se escriben en relación a algún sistema de coordenadas, que en este caso es el eje x antes graficado, es decir una recta con origen en el punto donde el coche comienza a frenar, y sentido positivo en la dirección de movimiento del coche. Como es un MRUV, esas funciones tienen la forma:

$x(t) = x_0 + v_0 t + at^2/2$ para la posición, y $v(t) = v_0 + at$ para la velocidad, que para este caso particular son:

$$x(t) = 10m/st + at^2/2 \quad \text{(ya que la posición inicial es cero)} \quad \text{y}$$

$$v(t) = 10m/s + at$$

Donde la aceleración del coche deberá ser negativa según el sistema de coordenadas elegido, ya que su sentido es opuesto al del movimiento (es decir a la velocidad del coche)

Sabiendo que la posición que alcanza el móvil cuando se detiene es de 20m, y que la velocidad en ese punto es cero, nos queda planteado un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas: *a* y *t*. Este sistema es:

$$20m = 10m/st + at^2/2 \quad \text{y}$$

$$0m/s = 10m/s + at$$

Despejando el tiempo de la segunda ecuación,

$$t = -\ (10m/s)/a$$

Reemplazando esta expresión en la primera ecuación, queda,

$$a = -(100m^2/s^2)/\ 40m$$

$$\mathbf{a = -\ 2.5m/s^2}$$

En cuanto a la fuerza de frenado, es la segunda ley de Newton la que formula una relación matemática entre la resultante de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo y la aceleración de éste. En este caso, la fuerza de frenado es la fuerza resultante que actúa sobre el vehículo, y que según la formulación Newtoniana se puede calcular como:

$$f = ma \ \ ; \ \ f = -3150\ kg\ m\ /\ s^2 \text{ , o sea } -3150\ N$$

c) Control de los resultados

El valor calculado para "*a*" tiene el signo que se había predicho antes según el sistema de coordenadas elegido. Por su parte, la fuerza de frenado también es negativa ya que es un vector que tiene el mismo sentido que la aceleración de frenado. Ambos vectores (fuerza y aceleración de frenado) tienen sentidos contrarios al del movimiento del coche, y eso se traduce en los signos menos que acompañan a sus módulos.

Problema de la Unidad N° 4

Una piscina llena de agua tiene su superficie libre al nivel del mar. En el fondo de la piscina, se ubica horizontalmente una cavidad donde se coloca una fuente luminosa cubierta por una tapa de vidrio de sección cuadrada.

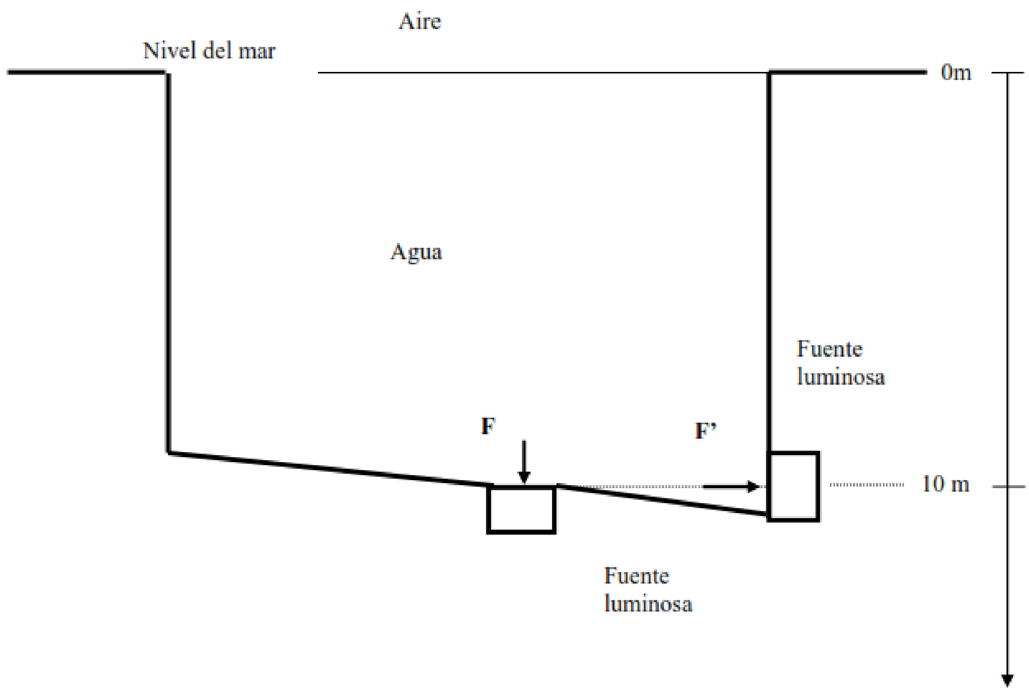
1. Calcule el valor de la presión a una profundidad de 10 m por debajo de la superficie. Suponga para la presión atmosférica a nivel del mar $p_a = 101.300$ Pa y $g = 9.8m/s^2$

2. Calcule la fuerza normal que soporta la tapa cuadrada que cubre la fuente luminosa, si ésta tiene 20 cm de lado

3. Calcule la fuerza anterior si ahora la cavidad está ubicada a la misma profundidad, pero sobre la pared vertical de la piscina.

Resolución:

a) Dibujo de la situación y deducción de información



Observar que el gráfico incluye las dos posibilidades mencionadas en el enunciado: la cavidad en el fondo de la pileta, y la cavidad en la pared de la misma. Como aún no sabemos si las fuerzas sobre la tapa de vidrio son iguales o no, denominamos con F a una y con F'a la otra.

Según el **principio de Pascal**, el aire y el agua ejercen presión sobre las paredes y sobre el fondo de la piscina. Esta presión es mayor mientras mayor sea la profundidad. **El teorema general de la hidrostática** formaliza lo anterior proponiendo una relación entre presiones, profundidades y densidades de los fluidos correspondientes.

Como la presión en un fluido, depende de su profundidad, la presión sobre la tapa de vidrio colocada horizontalmente será constante pues toda ella está a la misma profundidad. Por su parte, si la tapa de vidrio se coloca verticalmente, y según observamos en la figura, el centro de gravedad de la tapa (vertical) se ubica a la misma profundidad que la tapa dispuesta horizontalmente; la presión que el agua ejerce sobre ella disminuirá si nos movemos verticalmente hacia el borde superior de la tapa, y aumentará si nos movemos verticalmente hacia el borde inferior de la misma. Esto nos permite proponer que la presión media que soporta la tapa (vertical) será la correspondiente a la que actúa en el centro de la misma.

La definición de la presión hidrostática sobre una superficie *S* es *P* = *F/S*, donde F es la componente normal de la fuerza respecto a la superficie S. De esa definición se deduce que $F = P.S$, es decir que para una misma superficie S (es la misma tapa), y trabajando a la misma profundidad, la presión actuante es la misma **la fuerza normal sobre la tapa horizontal será igual que la fuerza obrante sobre la tapa vertical.**

Notemos que hemos logrado una mayor comprensión de la situación, incorporando algunos conceptos de la teoría y realizando algunas predicciones a partir de esos conceptos (ambas en negrita).

b) Planificación y ejecución de la solución

Como dijimos antes, la planificación está en parte delineada con la secuencia de preguntas. La primera de ellas pide la presión absoluta en un punto ubicado a 10 m de profundidad. La formalización matemática del Teorema General de la Hidrostática, expresa que:

$\Delta P = g\delta\Delta h$, donde ΔP indica la diferencia de presión entre los puntos separados por una distancia vertical Δh.

Si tomamos Δh como 10m, entonces para obtener la presión absoluta en el fondo, debemos sumar a ΔP la presión atmosférica en la superficie de la piscina, es decir:

$$P_{fondo} = P_a + g\ g\delta\Delta h = 101.300 \text{ Pa} + 9.8 \text{ m/s}^2 .\ 1000 \text{ Kg/m}^3 .\ 10\text{m} = 101300 \text{ Kg /s}^2\text{m} + 98000 \text{ Kg /s}^2\text{m}$$

$$= 1.993 \times 10^5 \text{ Pa}$$

La segunda pregunta pide calcular la fuerza horizontal sobre la tapa de vidrio horizontal. Como dijimos en el apartado anterior, la fuerza normal a la tapa de vidrio de superficie S es $F = P.S$. Como la presión sobre la tapa ubicada toda ella a 10 m de profundidad es siempre la misma, e igual al valor antes calculado, entonces:

$$F = 1,993 \times 10^5 \text{ Pa} .\ (0,2 \text{ m})^2 = 7972 \text{ Kg m /s}^2 = 7972 \text{ N}$$

El cálculo de la fuerza normal sobre la tapa vertical es más complejo, ya que la presión a las distintas alturas de la tapa no son todas iguales, como lo indicamos anteriormente. Sin embargo, una solución aproximada puede obtenerse considerando una presión media entre el punto de mayor profundidad y el punto de menor profundidad sobre la tapa (10,10m y 9,9m respectivamente). Esta presión promedio será:

$$P = [P(10,10\text{m}) + P(9,9\text{m})] / 2 = (200280 \text{ Pa} + 198320 \text{ Pa}) / 2$$

$$= 199300 \text{ Pa}$$

Luego, la fuerza normal sobre la pared vertical será:

$$F' = 199300 \text{ Pa} .\ (0,2\text{m})^2 = 7972 \text{ N}$$

c) Control de resultados

Como lo habíamos previsto, la fuerza normal sobre la tapa de vidrio colocada horizontal es igual que la fuerza sobre la misma tapa, colocada verticalmente.