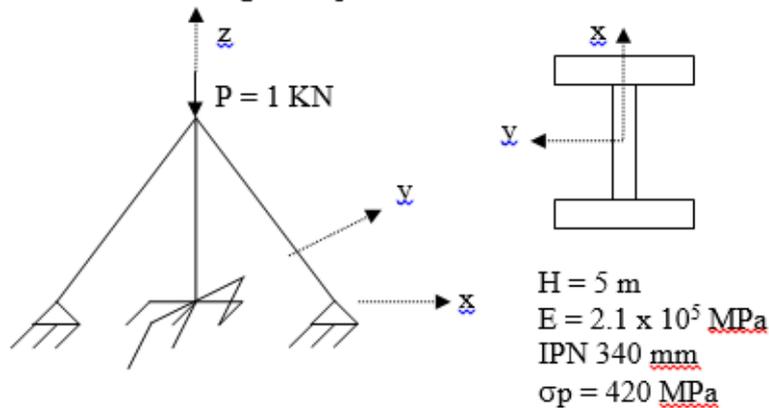


Ejercicios Prácticos Clase Capítulo 9

Ejercicio 1:

Dada la estructura de la Figura se pide:



- Verificar la columna con $v = 2.5$ (coeficiente de seguridad).
- En caso de no verificar proponer y verificar una solución sin alterar los vínculos de apoyo ni el perfil adoptado.

Datos:

$$H := 5 \text{ m} \quad E := 2.1 \cdot 10^5 \text{ MPa} \quad \sigma_p := 420 \text{ MPa} \quad A := 86.7 \text{ cm}^2$$

$$I_h := 15700 \text{ cm}^4 \quad I_v := 674 \text{ cm}^4$$

a)

Nota: según la ubicación del perfil en la estructura, el eje horizontal del perfil coincide con el eje "y", y el eje vertical coincide con el eje "x".

$$I_y := I_h = 15700 \text{ cm}^4 \quad I_x := I_v = 674 \text{ cm}^4$$

$$r_y := \sqrt{\frac{I_y}{A}} = 13.46 \text{ cm} \quad r_x := \sqrt{\frac{I_x}{A}} = 2.79 \text{ cm}$$

Del análisis de la estructura se concluye que:

$$k_x := 2 \quad k_y := 0.7$$

$$P_{cx} := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_x}{(k_x \cdot H)^2} = 139.69 \text{ kN}$$

$$P_{cy} := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{(k_y \cdot H)^2} = 26563.34 \text{ kN}$$

$$\lambda_{lim} := \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E}{\sigma_p}} = 70.25$$

$$\lambda_x := \frac{k_x \cdot H}{r_x} = 358.66$$

$$\lambda_y := \frac{k_y \cdot H}{r_y} = 26.01$$

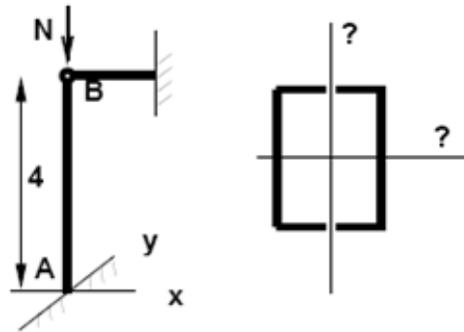
$$P_c := P_{cx} = 139.69 \text{ kN}$$

> 2.5 kN (Verifica)

Ejercicio 2:

2) La columna indicada en la figura, compuesta de dos PNU 120 con $E = 2 \times 10^5 \text{ Mpa}$ y $\sigma_p = 240 \text{ Mpa}$. En el Punto A (base con todos los desplazamientos impedidos) está impedida de girar alrededor de x pero puede girar libremente alrededor de y . En el punto B no puede desplazarse en la dirección x pero si en y y los giros son libres. Se pide:

- Ubicar el perfil en la posición más conveniente.
- Determinar la máxima carga de trabajo que puede soportar si el coeficiente de seguridad es $\gamma = 2.0$.
- Indicar el valor de λ y el valor de λ_{lim} .
- Si hay una excentricidad de $e = 2 \text{ cm}$ (medida sobre el eje y) cuanto vale la máxima tensión de compresión para la carga calculada.



Datos:

$$E := 2 \cdot 10^5 \text{ MPa} \quad \sigma_p := 240 \text{ MPa} \quad L := 4 \text{ m} \quad \gamma := 2 \quad e := 2 \text{ cm}$$

$$A := 17 \text{ cm}^2 \quad I_h := 364 \text{ cm}^4 \quad I_v := 43.2 \text{ cm}^4 \quad e_v := 1.60 \text{ cm} \quad b_f := 55 \text{ mm}$$

a)

$$A_t := 2 \cdot A = 34 \text{ cm}^2$$

$$I_{ht} := 2 \cdot I_h = 728 \text{ cm}^4$$

$$I_{vt} := 2 \cdot \left(I_v + A \cdot (b_f - e_v)^2 \right) = 603.54 \text{ cm}^4$$

Ubicando el eje de la sección con mayor momento de inercia coincidente con el eje de mayor longitud efectiva de pandeo, la sección queda ubicada en forma apropiada.

$$I_x := I_{ht} = 728 \text{ cm}^4 \quad k_x := 2$$

$$I_y := I_{vt} = 603.54 \text{ cm}^4 \quad k_y := 1$$

$$P_{cx} := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_x}{(k_x \cdot L)^2} = 224.53 \text{ kN}$$

$$P_{cy} := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{(k_y \cdot L)^2} = 744.59 \text{ kN}$$

$$P_c := P_{cx} = 224.53 \text{ kN}$$

$$b) \quad P_{tmax} := \frac{P_c}{\gamma} = 112.27 \text{ kN}$$

$$r_x := \sqrt{\frac{I_x}{A_t}} = 4.63 \text{ cm}$$

$$r_y := \sqrt{\frac{I_y}{A_t}} = 4.21 \text{ cm}$$

$$c) \quad \lambda_x := \frac{k_x \cdot L}{r_x} = 172.89$$

$$\lambda_y := \frac{k_y \cdot L}{r_y} = 94.94$$

$$\lambda_{lim} := \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E}{\sigma_p}} = 90.69$$

$$d) \quad \sigma_0 := \frac{P_{tmax}}{A_t} = 33.02 \text{ MPa}$$

$$d := \frac{120 \text{ mm}}{2} = 6 \text{ cm}$$

$$P_{ast} := \frac{P_{tmax}}{P_{cx}} = 0.5$$

$$\sigma_{max} := \sigma_0 \cdot \left(1 + \frac{e}{r_x} \cdot \frac{d}{r_x} \cdot \sec \left(\frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{P_{ast}} \right) \right) = 74.7 \text{ MPa}$$

Dimensionado de un perfil IPN para una carga de 100 kN:

$$P := 100 \text{ kN} \quad k_x \cdot L = 8 \text{ m} \quad k_y \cdot L = 4 \text{ m} \quad \lambda_{lim} = 90.69$$

$$I_x := \frac{P \cdot (k_x \cdot L)^2}{\pi^2 \cdot E} = 324.23 \text{ cm}^4$$

$$I_y := \frac{P \cdot (k_y \cdot L)^2}{\pi^2 \cdot E} = 81.06 \text{ cm}^4$$

De tabla se obtiene un perfil IPN 180 que cumple ambas condiciones

IPN 180:

$$I_x := 1450 \text{ cm}^4$$

$$I_y := 81.3 \text{ cm}^4$$

$$A := 27.9 \text{ cm}^2$$

$$r_x := \sqrt{\frac{I_x}{A}} = 7.21 \text{ cm}$$

$$r_y := \sqrt{\frac{I_y}{A}} = 1.71 \text{ cm}$$

$$\lambda_x := \frac{k_x \cdot L}{r_x} = 110.97$$

$$\lambda_y := \frac{k_y \cdot L}{r_y} = 234.32$$

$$\lambda_{lim} = 90.69$$

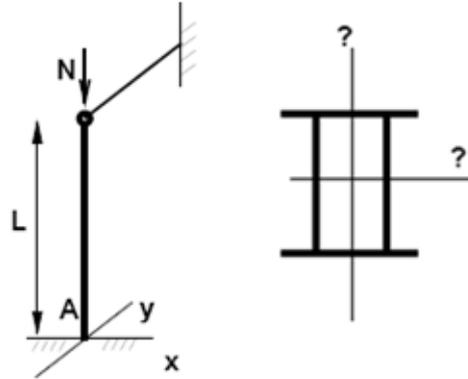
$$P_{cx} := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_x}{(k_x \cdot L)^2} = 447.22 \text{ kN}$$

$$P_{cy} := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{(k_y \cdot L)^2} = 100.3 \text{ kN}$$

Ejercicio 3:

3) La columna indicada en la figura, compuesta de dos PNI 160 con $E = 2.2 \times 10^5 \text{Mpa}$ y $\sigma_p = 240 \text{Mpa}$. En el Punto A (base con todos los desplazamientos impedidos) está impedida de girar alrededor de "y" pero puede girar libremente alrededor de "x". En el punto B no puede desplazarse en la dirección "y" pero si en "x" y los giros son libres. Se pide:

- Ubicar el perfil en la posición más conveniente.
- Indicar valor de λ_{lim} .
- Determinar la altura l de manera que la columna tenga una esbeltez igual a 1.5 veces λ_{lim} .
- Determinar el coeficiente de seguridad que tendría la columna si N fuese igual a 8tn.



Datos:

$$E := 2.2 \cdot 10^5 \text{ MPa} \quad \sigma_p := 240 \text{ MPa}$$

$$A := 22.8 \text{ cm}^2 \quad I_h := 935 \text{ cm}^4 \quad I_v := 54.7 \text{ cm}^4 \quad b_f := 74 \text{ mm}$$

a)

$$A_t := 2 \cdot A = 45.6 \text{ cm}^2$$

$$I_{ht} := 2 \cdot I_h = 1870 \text{ cm}^4$$

$$I_{vt} := 2 \cdot \left(I_v + A \cdot \left(\frac{b_f}{2} \right)^2 \right) = 733.66 \text{ cm}^4$$

Ubicando el eje de la sección con mayor momento de inercia coincidente con el eje de mayor longitud efectiva de pandeo, la sección queda ubicada en forma apropiada.

$$I_y := I_{ht} = 1870 \text{ cm}^4 \quad k_y := 2$$

$$I_x := I_{vt} = 733.66 \text{ cm}^4 \quad k_x := 1$$

b)

$$\lambda_{lim} := \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E}{\sigma_p}} = 95.12$$

c)

$$r_x := \sqrt{\frac{I_x}{A_t}} = 4.01 \text{ cm}$$

$$r_y := \sqrt{\frac{I_y}{A_t}} = 6.4 \text{ cm}$$

$$L_x := \frac{1.5 \cdot \lambda_{lim} \cdot r_x}{k_x} = 5.72 \text{ m}$$

$$L_y := \frac{1.5 \cdot \lambda_{lim} \cdot r_y}{k_y} = 4.57 \text{ m}$$

(Se adopta la menor longitud)

$$L := L_y = 4.57 \text{ m}$$

$$1.5 \cdot \lambda_{lim} = 142.67$$

$$\lambda_x := \frac{k_x \cdot L}{r_x} = 113.89$$

$$\lambda_y := \frac{k_y \cdot L}{r_y} = 142.67$$

d)

$t := 1000 \text{ kgf}$ (Definición de la unidad Tonelada Fuerza)

$$N := 8 \text{ t}$$

$$P_{cx} := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_x}{(k_x \cdot L)^2} = 77.84 \text{ t}$$

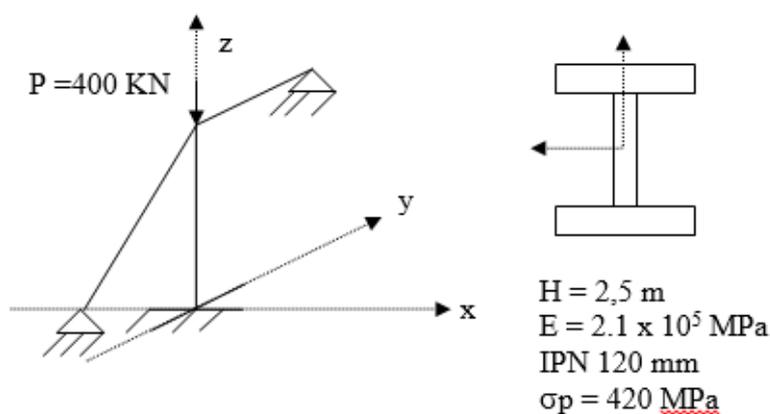
$$P_{cy} := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{(k_y \cdot L)^2} = 49.6 \text{ t}$$

$$P_c := P_{cy} = 49.6 \text{ t}$$

$$v := \frac{P_c}{N} = 6.2$$

Ejercicio 4:

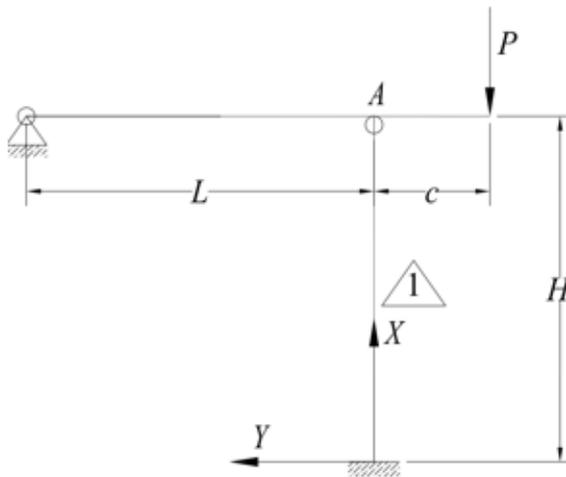
2) Dada la estructura de la Figura (articulada arriba en ambas direcciones y abajo articulada alrededor de "x" y empotrada alrededor de "y") se pide:



- Orientar el perfil en la dirección adecuada.
- Verificar la columna con $v = 2.5$ (coeficiente de seguridad).
- En caso de no verificar proponer y verificar una solución sin alterar el tipo de perfil adoptado.

Ejercicio 5:

2. Pandeo



<<Datos>>

$c = 1\text{ m}$
 $L = 4\text{ m}$
 $H = 4\text{ m}$
 $P = 0.1\text{ MN}$

Barra 1: IPB120
 $E = 2 \times 10^5\text{ MPa}$
 $\sigma_p = 130\text{ MPa}$
 $FS = 2$

<<Notas>>

- i. El apoyo inferior está empotrado alrededor de ambos ejes de la sección.
- ii. El punto A está libre fuera del plano XY.

- a. Para la estructura de la figura determine el esfuerzo normal en la barra 1.
- b. Grafique las configuraciones de pandeo alrededor de ambos ejes y determine los valores de L_e .
- c. Indique la orientación adecuada del perfil IPB propuesto.
- d. Con los datos proporcionados, verifique (determine si verifica o no verifica) la sección propuesta.

Datos:

$c := 1\text{ m}$ $L := 4\text{ m}$ $H := 4\text{ m}$ $P := 0.1\text{ MN}$ $E := 2 \cdot 10^5\text{ MPa}$ $\sigma_p := 130\text{ MPa}$
 $FS := 2$

a)

$$N := \frac{P \cdot (L + c)}{L} = 125\text{ kN}$$

b)

$$k_z := 0.7 \qquad k_y := 2$$

$$L_{ez} := k_z \cdot H = 2.8\text{ m} \qquad L_{ey} := k_y \cdot H = 8\text{ m}$$

c)

$$A := 34\text{ cm}^2 \qquad I_h := 864\text{ cm}^4 \qquad I_v := 318\text{ cm}^4$$

Ubicando el eje de la sección con mayor momento de inercia coincidente con el eje de mayor longitud efectiva de pandeo, la sección queda ubicada en forma apropiada.

$$I_y := I_h = 864\text{ cm}^4 \qquad I_z := I_v = 318\text{ cm}^4$$

d)

$$N_u := N \cdot FS = 250\text{ kN}$$

$$P_{cy} := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{L_{ey}^2} = 266.48 \text{ kN}$$

$$P_{cz} := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{L_{ez}^2} = 800.65 \text{ kN}$$

$$r_y := \sqrt{\frac{I_y}{A}} = 5.04 \text{ cm}$$

$$r_z := \sqrt{\frac{I_z}{A}} = 3.06 \text{ cm}$$

$$\lambda_y := \frac{L_{ey}}{r_y} = 158.7$$

$$\lambda_z := \frac{L_{ez}}{r_z} = 91.56$$

$$\lambda_{lim} := \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E}{\sigma_p}} = 123.22$$

$$P_c := P_{cy} = 266.48 \text{ kN} > 250 \text{ kN (Verifica)}$$