

CAPITULO 3. Tensiones en la masa de suelos

3. 1. **Introducción:** Concepto de tensión en un Sistema de partículas. Presiones geostáticas verticales y horizontales. Principio de presiones efectivas. Presiones hidrodinámicas. Sifonaje. 3.2. **Incremento de tensiones:** El Uso de la Teoría de la Elasticidad para el Cálculo de Incremento de Tensiones. Método Aproximado de Cálculo: Método 2 en 1. Ecuación de Boussinesq; Carga Puntual. Carga Lineal Infinita. Presión Uniforme sobre una Franja Infinita. Presión Uniforme sobre Área Circular. Presión Uniforme sobre un área Rectangular. Métodos gráficos de Newmark. Bulbo de Presiones. 3.3. **Sistemas no homogéneos.** Doble capa de Burmister.

3.1 INTRODUCCIÓN

3.1.1 Concepto de tensión en un sistema de partículas

La Figura 3.1.a muestra una pequeña celda de medición hipotética (elemento A) enterrada en una masa de suelo a una profundidad z . En la Figura 3.1.b se representan las caras horizontales y verticales del elemento A, con partículas de suelo que cargan sobre estas caras.

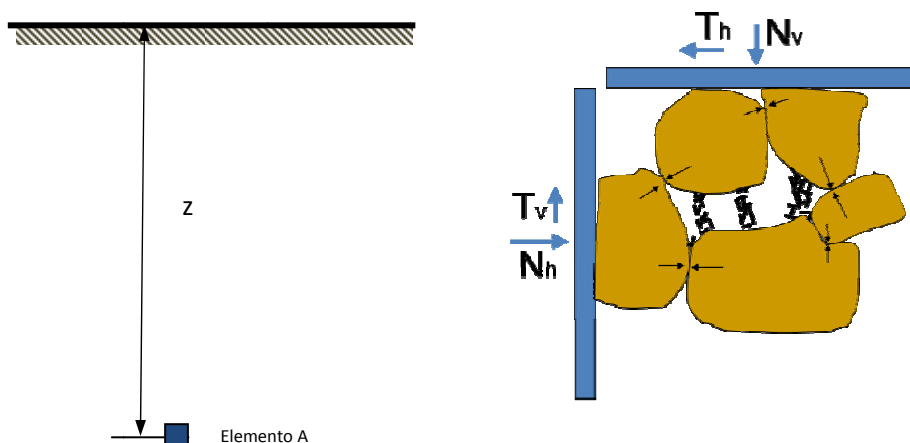
Estas partículas de suelo ejercen generalmente fuerzas normales y tangenciales sobre dichas caras. Si cada cara es cuadrada, de lado a , se puede definir a las tensiones que actúan sobre la celda por:

$$\sigma_v = \frac{N_v}{a^2}$$

$$\sigma_h = \frac{N_h}{a^2}$$

$$\tau_v = \frac{T_v}{a^2}$$

$$\tau_h = \frac{T_h}{a^2}$$



a) Perfil de suelo

b) Fuerzas sobre el elemento A

Figura 3.1. Definición de presión o tensión en la masa de suelo

Donde, N_v y N_h representan respectivamente las fuerzas normales en direcciones vertical y horizontal; T_v y T_h son respectivamente las fuerzas tangenciales en las direcciones vertical y horizontal; y σ_v , σ_h , τ_v y τ_h representan las tensiones o presiones que, al menos teóricamente, pueden visualizarse y medirse directamente.

En un primer análisis se supondrá que la presión en la fase intersticial del suelo es nula; es decir igual a la presión atmosférica. De aquí que las fuerzas N_v , N_h , T_v y T_h se deben únicamente a las fuerzas transmitidas a través del esqueleto mineral. En un suelo seco, la presión puede imaginarse como la fuerza existente en el esqueleto mineral por unidad de área del suelo.

Es bastante difícil medir con precisión las presiones existentes en el interior del suelo, principalmente debido a que la presencia de un medidor altera el campo de tensiones. A los

efectos de la definición de presión (independiente del un medidor), se hacer pasar un plano imaginario a través del suelo, coma se indica en la Fig.3.2.

Este plano atravesará las partículas minerales y los espacios intersticiales. Puede suceder que este plano pase a través de uno o más puntos de contacto entre partículas. En cada sección o punto de las partículas, la fuerza transmitida a través del esqueleto mineral puede descomponerse en fuerzas o componentes normales y tangenciales al plano. Las componentes tangenciales pueden a su vez descomponerse según un par de ejes coordenados. Estas diversas componentes se han representado en la Fig.3.2.

La sumatoria de las componentes normales al plano dividida por el área total considerada en este plano, es la tensión normal σ . Análogamente, la suma de todas las componentes tangenciales sobre el plano en la dirección \underline{x} , dividida por el área de este plano es la tensión tangencial τ_x en la dirección \underline{x} , y otro tanto sucede con la sumatorias de las componentes tangenciales en la dirección \underline{y} , dividida por el área total es la tensión tangencial τ_y .

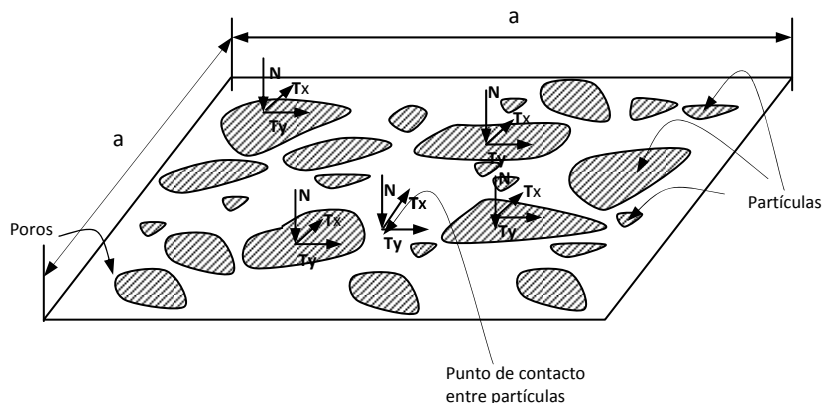


Figura 3.2. Definición de fuerzas de contacto o fuerzas intergranulares.

Al utilizar las palabras "tensión o presión", siempre se refiere a la tensión macroscópica, es decir fuerzas totales por el área considerada, tal como se ha definido con ayuda de las Fig. 3.1 y 3.2. Cuando se refiera a las fuerzas en los puntos de contacto se utilizará una adjetivación como "fuerzas de contacto o intergranulares". Las tensiones macroscópicas tienen, para la mayoría de los problemas reales, una gama de variación de entre 7 a 7000 kPa.

En la Tabla 1 se presentan los valores de las fuerzas intergranulares para distintos suelos y para tres presiones macroscópicas: 100, 1.000 y 10.000 kPa.

El concepto de tensión o presión está estrechamente asociado con el de "medio continuo". Así, cuando se hable de las tensiones que actúan en un punto, se debe imaginar fuerzas que actúan sobre las caras de un cubo infinitamente pequeño compuesto de un material homogéneo. A primera vista se puede, sin embargo, preguntar si tiene sentido aplicar este concepto de tensiones a un sistema formado por partículas.

El concepto de tensión que se aplica a los suelos no es más abstracto que el mismo concepto aplicado a los metales. Un metal se compone realmente de muchos pequeños cristales y, a la escala submicroscópica, la magnitud de las fuerzas entre cristales varía aleatoriamente de un cristal a otro. Para cualquier material, el interior del "cubo infinitamente pequeño" es por tanto sólo estadísticamente homogéneo. En un cierto sentido, toda la materia se compone de partículas y sólo tiene sentido hablar de tensión macroscópica si esta tensión varía poco en una distancia del orden de magnitud del tamaño de la partícula más gruesa. Cuando se habla de tensiones en un "punto" del suelo, se debe entender un punto bastante grueso.

Tabla 1: Fuerzas de contacto o intergranulares para diferentes presiones macroscópicas

Tipo de suelo	Diámetro medio de las partículas [mm]	FUERZA de contacto o intergranular [gr] para una PRESIÓN macroscópica [kPa]		
		100 kPa	1.000 kPa	10.000 kPa
Gravas	60,0	3	30	300
Arenas	2,0	0,003	0,03	0,3
Limos	0,06	0,000003	0,00003	0,0003

3.1.2 Presiones geostáticas

Las presiones en el interior de un suelo están producidas por el peso propio del suelo y las cargas exteriores aplicadas al mismo. El incremento de presiones producido por estas cargas se estudiará en el Apartado 3.2.

El sistema de presiones correspondiente al peso propio del suelo también puede ser complicado. Sin embargo, existe un caso habitual en el que el peso del suelo da lugar a un sistema de presiones muy sencillo: cuando la superficie del terreno es horizontal y cuando la naturaleza del suelo varía muy poco en dirección horizontal. Este caso se presenta frecuentemente, en especial en suelos sedimentarios. En tal caso, las presiones se denominan geostáticas.

3.1.3 Presiones geostáticas verticales

En el caso que se acaba de describir, no existen tensiones tangenciales sobre planos verticales y horizontales trazados a través del suelo. De aquí que la presión vertical geostática a cualquier profundidad puede calcularse simplemente considerando el peso de suelo por encima de dicha profundidad. Así, si el peso unitario del suelo es constante en la profundidad la presión vertical es igual a:

$$\sigma_v = \gamma \cdot z$$

donde: γ es el peso unitario húmedo y z es la profundidad considerada. En este caso la presión vertical variará linealmente con la profundidad, como se indica en la figura 3.3.

Por supuesto el peso unitario no es una constante con la profundidad, y generalmente un suelo resultara cada vez más compacto al aumentar la profundidad debido a la compresión originada por las presiones geostáticas. Si el peso unitario del suelo varía en forma continua con la profundidad, las presiones verticales pueden calcularse por medio de la integral:

$$\sigma_v = \int_0^z \gamma \cdot dz$$

Si el suelo está estratificado y el peso unitario de cada estrato es diferente, las presiones verticales pueden calcularse adecuadamente por medio de la sumatoria:

$$\sigma_v = \sum_{i=1}^n \gamma \cdot \Delta z$$

3.1.4 Presiones geostáticas horizontales

La relación entre las presiones horizontal y vertical se expresa por:

$$K = \frac{\sigma_h}{\sigma_v}$$

donde: σ_h es la presión horizontal en el punto considerado.

Esta definición de K se emplea indiferentemente de que las presiones sean geostáticas o no. Incluso en el caso de que las presiones sean geostáticas, el valor de K puede variar entre amplios límites, según que el suelo resulte comprimido o expandido en dirección horizontal, bien por las fuerzas de la naturaleza o bien por los trabajos del hombre.

Frecuentemente tiene interés la magnitud de las presiones geostáticas horizontales, en el que no se haya producido deformación lateral en el terreno. En este caso se habla del coeficiente de presión lateral en reposo y se designa por el símbolo K_0 .

Un suelo sedimentario está formado por una acumulación de sedimentos. Al continuar aumentando el espesor de sedimentos, se produce una compresión vertical del suelo a todos los niveles debido al aumento de la presión vertical. Al producirse la sedimentación, generalmente en una zona bastante extensa, no existe razón por la cual deba tener lugar una compresión horizontal apreciable. Por esta razón, se llega lógicamente a la conclusión de que en un suelo sedimentario la presión horizontal debe ser menor que la vertical. Para un depósito de arena formado de esta manera, K_0 suele tener un valor comprendido entre 0,4 y 0,5.

Jaky (1944) propone la siguiente ecuación empírica para estimar el valor del coeficiente de reposo de las arenas:

$$K_0 = 1 - \text{sen}\phi$$

donde: ϕ es el ángulo de fricción interna de la arena.

Por otro lado, existe evidencia de que la presión horizontal puede ser superior a la vertical si un depósito sedimentario ha tenido una carga importante en el pasado. En efecto, las presiones horizontales quedan "congeladas" cuando el suelo estuvo cargado con un espesor mayor de tierras que el actual y no se disiparon al suprimirse esta carga. En este caso, K_0 puede alcanzar valores de hasta 3.

A continuación se presentan fórmulas empíricas propuestas por diferentes investigadores para arcillas normalmente consolidadas y arcillas preconsolidadas.

Massarsch (1979) para arcillas normalmente consolidadas propone:

$$K_0 = 0,44 + 0,42 \left[\frac{IP(\%)}{100} \right]$$

donde IP es el índice de plasticidad.

En tanto, Brooker & Ireland (1965), también para arcillas normalmente consolidadas, proponen:

$$K_0 = 0,95 - \text{sen } \phi'$$

Finalmente, Mayne & Kulhawy (1981), recomienda para arcillas preconsolidadas:

$$K_0 = (1 - \text{sen } \phi') \cdot OCR^{\text{sen } \phi'}$$

donde: OCR es el grado de preconsolidación (Over Consolidation Ratio).

En la Figura 3.3 se ha representado la gama de variación de las presiones horizontales para el estado en reposo.

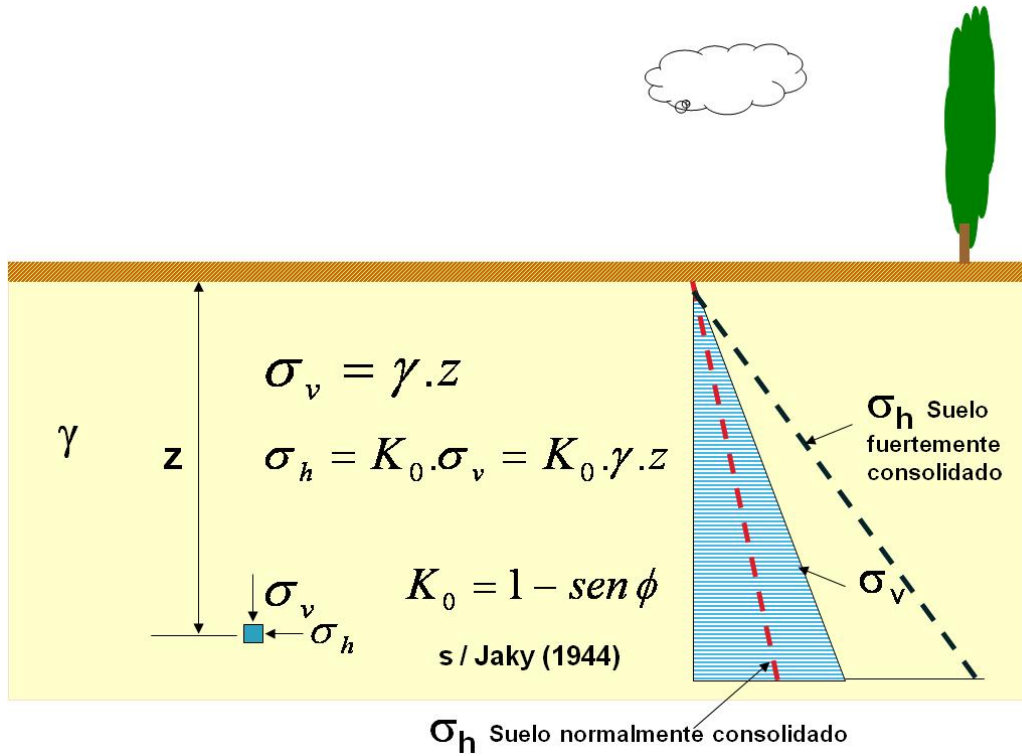
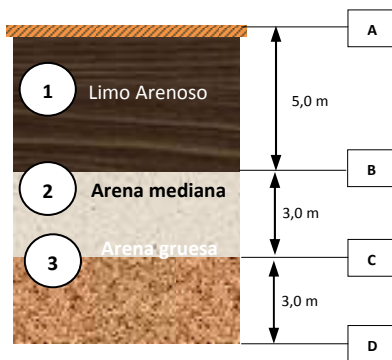


Figura 3.3. Presiones geostáticas vertical y horizontal

En el siguiente ejemplo se muestra el cálculo de las presiones verticales geostáticas para el caso de un suelo estratificado.

Ejercicio 1:

Calcular y dibujar las presiones geostáticas a lo largo del perfil de suelos presentado en la figura 3.4 y con los siguientes datos.



Estrato	Espesor [m]	Tipo de suelo	Peso Unitario [kN/m ³]
1	5	Limo arenoso	14,0
2	3	Arena mediana	18,1
3	3	Arena gruesa	19,5

Figura 3.4.: Datos de Ejercicio 1

Presión vertical en el punto A: $\sigma_{vA} = \gamma \cdot z = 0$

Presión vertical en el punto B: $\sigma_{vB} = \gamma_1 \cdot \Delta z_1 = 14,0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot 5,0 \text{ m} = 70,0 \text{ kN/m}^2$

Presión vertical en el punto C: $\sigma_{vC} = \gamma_1 \cdot \Delta z_1 + \gamma_2 \cdot \Delta z_2 = 70,0 \text{ kPa} + 18,1 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot 3,0 \text{ m} = 124,3 \text{ kN/m}^2$

Presión vertical en el punto D: $\sigma_{vD} = \sigma_{v3} + \gamma_3 \cdot \Delta z_3 = 124,3 \text{ kPa} + 19,5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot 3,0 \text{ m} = 182,8 \text{ kN/m}^2$

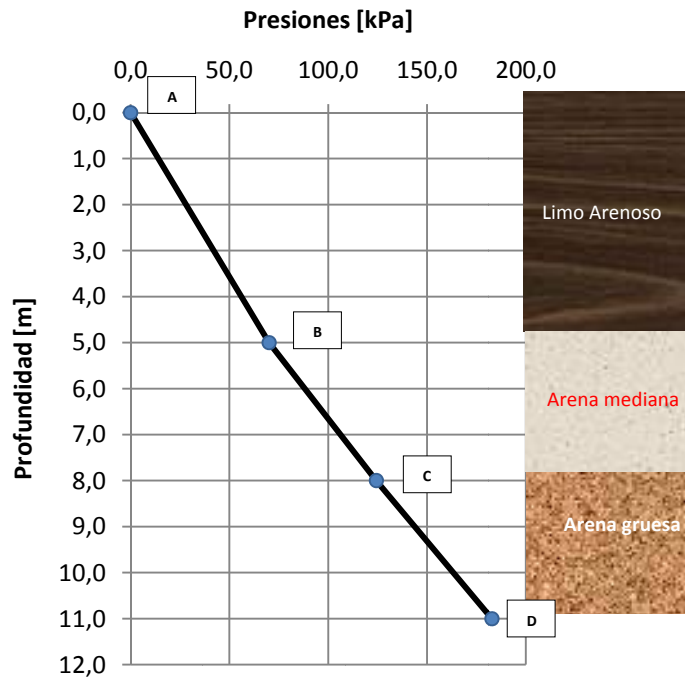
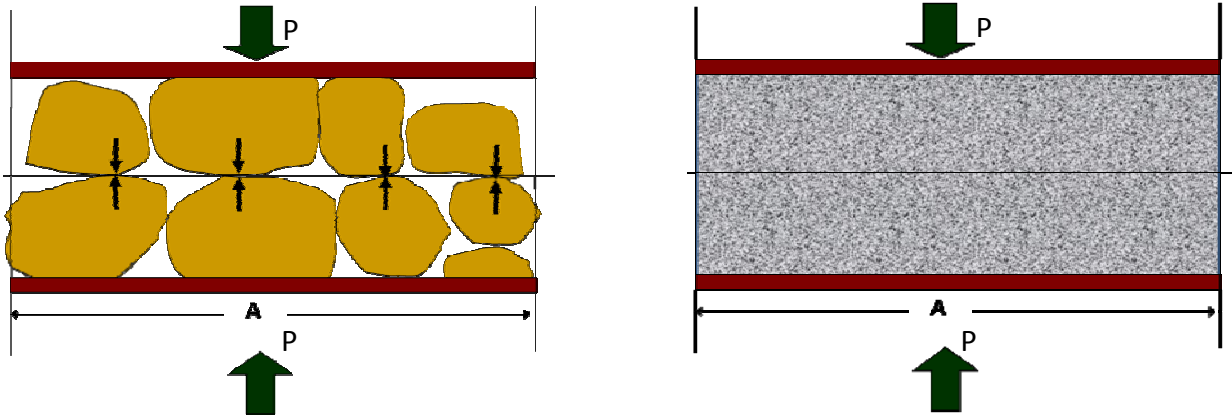


Figura 3.5. Resultados del ejercicio 1

3.1.5 Presiones efectivas en suelos secos

En los suelos, el espacio ocupado por los vacíos, en una sección como la A, es importante, mientras que en otros materiales como el acero, hormigón, etc., el espacio de vacíos es despreciable. Esto puede apreciarse en la Fig.3.6.



a) Suelo

b) Acero

Figura 3.6. Cortes esquemáticos del suelo y del acero

Esto, sin embargo, no significa que la presión intergranular sea calculada de otra forma, sino por el contrario, se seguirá calculando como:

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

donde: P es la fuerza normal, y A el área considerada.

Por lo tanto, tal como se indicara arriba, en trabajos de Geotecnia la presión intergranular se calcula usando la sección nominal que se está tensionando, en vez de la sumatoria de las áreas de contacto entre los granos (A_c), ya que no se la conoce y no hay manera de deducirla.

3.1.6 Principio de presiones efectivas

Si el suelo representado en la Figura 3.6.a se sumerge dentro del agua ¿Cuál es ahora la presión efectiva en la sección 1 – 1'?

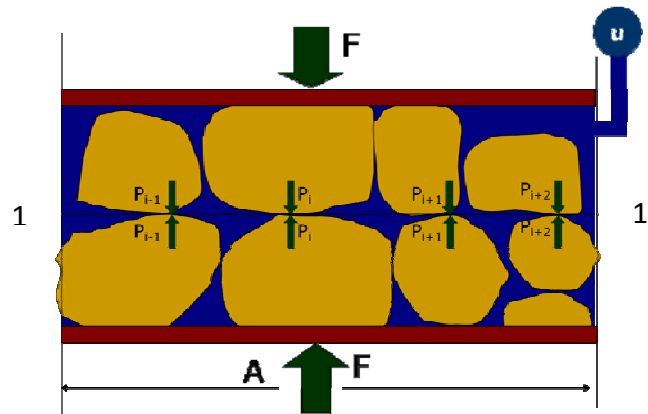


Figura 3.7.: Concepto de presiones efectivas

Si se iguala la fuerza F total actuante sobre la sección total A, con las fuerzas de contacto o intergranulares y la presión de líquido en la sección 1 – 1', se tiene:

$$F = \sum_1^n p_i + u(A - A_c)$$

Si se divide todos los términos por el área A, queda:

$$\frac{F}{A} = \frac{\sum_1^n p_i}{A} + u \frac{(A - A_c)}{A}$$

Si a la relación entre la sumatoria de las fuerzas intergranulares que realmente actúan entre los granos, respecto al área total, la denominamos: presión efectiva σ' , la ecuación anterior queda:

$$\sigma = \sigma' + u \left(1 - \frac{A_c}{A} \right)$$

Como la relación entre las áreas A_c y A es un número muy pequeño, puede despreciarse. Entonces, reordenando, se reduce a:

$$\sigma = \sigma' - u$$

y se denomina a σ' : presión efectiva

La compresibilidad y la resistencia al corte de los suelos dependen exclusivamente de la presión efectiva. Es decir las propiedades mecánicas de los suelos están controladas por la presión efectiva. Este principio fue formulado por Terzaghi, es quizás la ley más importante de la Mecánica de Suelos, y lo que derivó que la Geotecnia se convirtiera en una disciplina autónoma de la Ingeniería Civil.

3.1.7 Presiones geostáticas efectivas y totales en suelos saturados

En la Figura 3.8 se representa un suelo sumergido, pues el nivel freático se encuentra a nivel del terreno. A continuación se calculan las presiones efectivas y totales a una profundidad H.

La presión total es igual al peso unitario saturado (γ_{SAT}) del suelo por la altura considerada:

$$\sigma = \gamma_{SAT} \cdot H$$

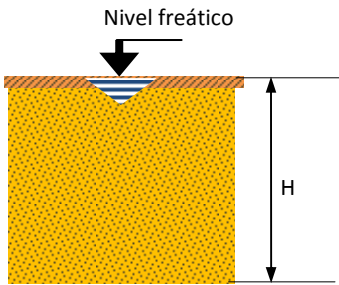


Figura 3.8. Presiones geostáticas efectivas

La presión del agua (u) es igual al peso unitario del agua por la altura de suelo considerada.

$$u = \gamma_w \cdot H$$

Finalmente la presión efectiva es la diferencia entre ambas, así:

$$\sigma = \sigma - u = \gamma_{SAT} \cdot H - \gamma_w \cdot H = \gamma \cdot H$$

Puede advertirse que el ascenso del nivel freático trae como consecuencia una disminución de la presión efectiva o presión que une los granos entre sí, y por ende la disminución de la resistencia al corte del suelo.

En el Ejercicio 2 se observará como el ascenso del nivel freático hace disminuir la presión efectiva al suelo ubicado a una profundidad considerada.

Ejercicio 2:

Calcular las presiones totales y efectivas a lo largo del perfil de suelo de la Figura 3.9, primero cuando el nivel freático se encuentra a una profundidad de -9,00 metros, y segundo, cuando este asciende a una profundidad de -2,00 metros.

Datos:

Peso unitario seco: $\gamma_d = 14,2 \text{ kN/m}^3$; Gravedad específica: $G_s = 2,653$; Humedad por encima del nivel freático: $w = 5,50\%$

Relación de vacíos: $e = \frac{G_s \cdot \gamma_w}{\gamma_d} - 1 = \frac{2,653 \cdot 10,0 \text{ kN/m}^3}{14,2 \text{ kN/m}^3} - 1 = 0,868$

Humedad de saturación: $w_{SAT} = \frac{e}{G_s} \cdot 100 = \frac{0,868}{2,653} \cdot 100 = 32,7\%$

Peso Unitario Saturado: $\gamma_{SAT} = \gamma_s \left(1 + \frac{w_{SAT}}{100}\right) = 14,2 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \left(1 + \frac{32,7}{100}\right) = 17,5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$

Peso Unitario Húmedo: $\gamma = \gamma_s \left(1 + \frac{w}{100}\right) = 14,2 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \left(1 + \frac{5,5}{100}\right) = 15,2 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$

Primera situación: Nivel freático a una profundidad de -9,00 m

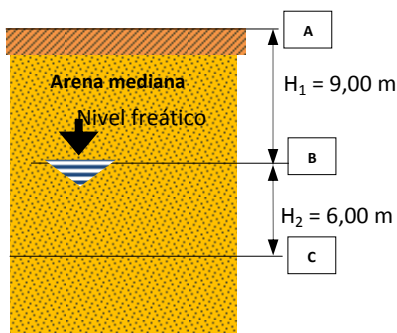


Figura 3.9: Perfil de suelos para el Ejercicio 2

Presión total y efectiva en el punto A: $\sigma_A = \gamma \cdot z = 0$

Presión total en el punto B: $\sigma_B = \gamma \cdot H_1 = 15,2 \frac{kN}{m^3} \cdot 9,0 m = 136,8 kN/m^2$

Presión del agua en el punto B: $u_B = 0,0 kN/m^2$

Presión efectiva en el punto B: $\sigma_B = \sigma_B - u_B = 136,8 kN/m^2$

Presión total en el punto C: $\sigma_C = \gamma \cdot H_1 + \gamma_{SAT} \cdot H_2 = 136,8 kPa + 17,5 \frac{kN}{m^3} \cdot 6,0 m = 241,8 kN/m^2$

Presión del agua en el punto C: $u_C = \gamma_w \cdot H_2 = 10,0 \frac{kN}{m^3} \cdot 6,0 m = 60,0 kN/m^2$

Presión efectiva en el punto C: $\sigma_C = \sigma_C - u_C = 241,8 kN/m^2 - 60,0 \frac{kN}{m^2} = 181,8 kN/m^2$

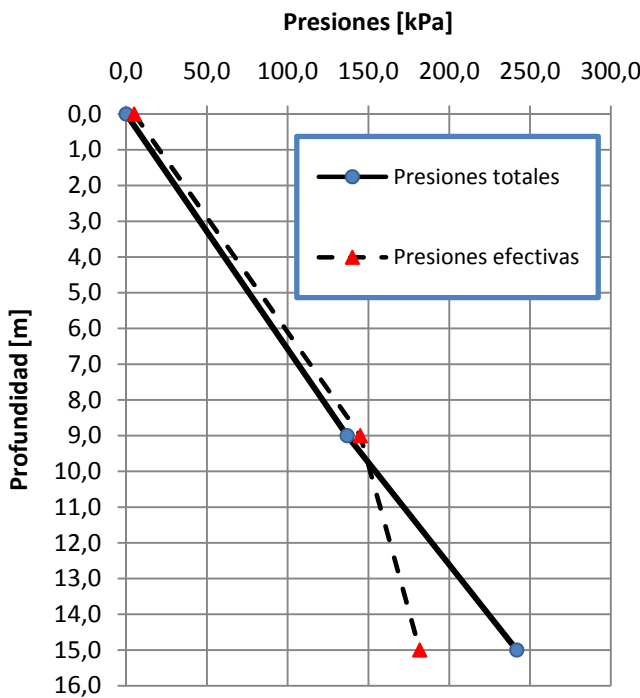
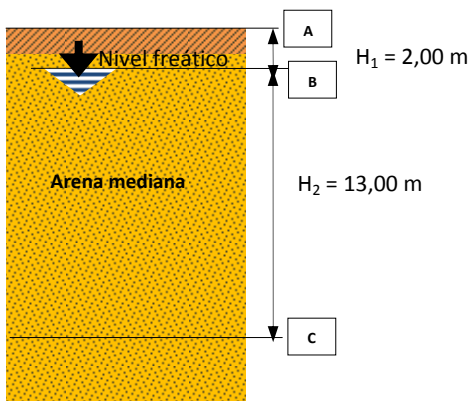


Figura 3.10: Resultado del ejercicio 2 (nivel freático a -9,00 metros)

Segunda situación: Nivel freático a una profundidad de -2,00 m



Presión total y efectiva en el punto A: $\sigma_A = \gamma \cdot z = 0$

Presión total en el punto B: $\sigma_B = \gamma \cdot H_1 = 15,2 \frac{kN}{m^3} \cdot 2,0 m = 30,4 kN/m^2$

Presión del agua en el punto B: $u_B = 0,0 kN/m^2$

Presión efectiva en el punto B: $\sigma_B = \sigma_B - u_B = 30,4 \text{ kN/m}^2$

Presión total en el punto C: $\sigma_C = \gamma \cdot H_1 + \gamma_{SAT} \cdot H_2 = 30,4 \text{ kPa} + 17,5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot 13,0 \text{ m} = 257,9 \text{ kN/m}^2$

Presión del agua en el punto C: $u_C = \gamma_w \cdot H_2 = 10,0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot 13,0 \text{ m} = 130,0 \text{ kN/m}^2$

Presión efectiva en el punto C: $\sigma_C = \sigma_C - u_C = 257,9 \text{ kN/m}^2 - 130,0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = 127,9 \text{ kN/m}^2$

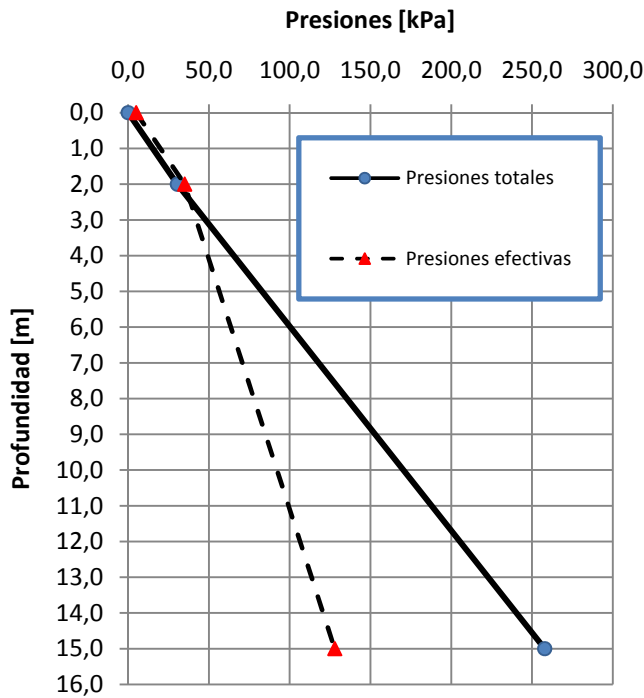


Figura 3.11: Resultados del Ejercicio 2 (nivel freático a -2,00 metros)

Conclusión: A la profundidad de -15,00 metros las presiones efectivas disminuyeron desde 181,8 kPa a 127,9 kPa, cuando el nivel freático ascendió desde los -9,00 a -2,00 metros, por lo tanto la resistencia al corte (a esa profundidad) disminuyó proporcionalmente.

Si se hubiese presentado el caso inverso: un descenso del nivel freático desde los -2,00 metros a los -9,00 metros, se hubiese aumentado las presiones efectivas. Si se tratase de un suelo compresible, se podrían haber producido asentamientos como producto de este aumento de las presiones efectivas.

3.1.8 Presiones hidrodinámicas

Los puntos A y B de la Figura 3.12 tiene igual altura piezométrica, ya que en estado de régimen, si se colocan piezómetros en cada punto el altura del agua alcanza la misma altura. Es por ello que la línea que los une, por definición, se denomina línea equipotencial. Así:

$$H_A = H_B = H_1 + h_A + z_A - \Delta h_1 = H_1 + h_B + z_B - \Delta h_1$$

donde: Δh_1 : pérdida de carga de agua entre la entrada del agua al suelo y los puntos considerados.

Los puntos A y B tienen igual altura piezométrica pero diferente presión de agua o presión hidrodinámica.

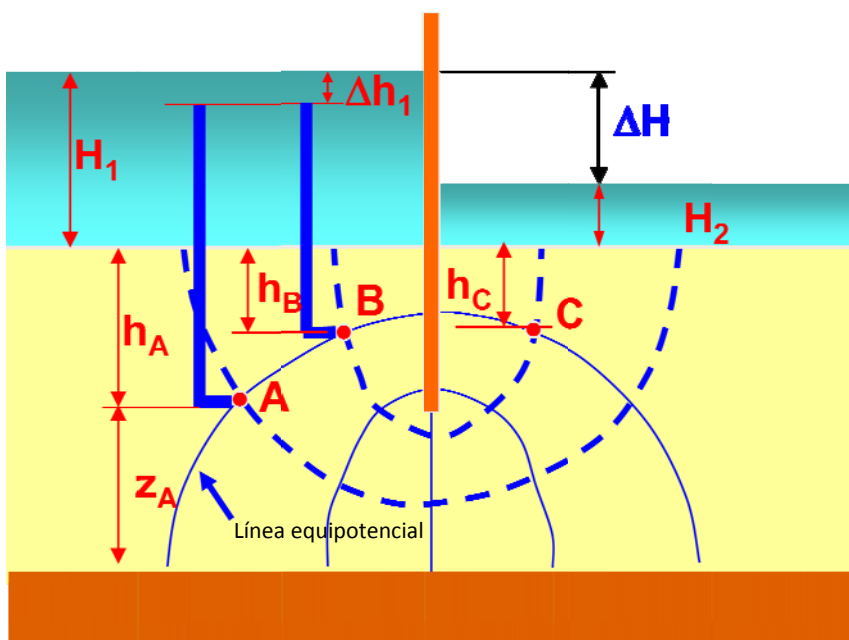


Figura 3.12. Red de flujo para realizar el cálculo de las presiones hidrodinámicas

Al estar en movimiento el agua, en el trayecto desde la superficie de entrada hasta el punto A ó B, se ha perdido una presión equivalente a:

$$\text{Pérdida de presión entre la entrada y el punto A} = n_A \cdot \Delta h_e = n_A \cdot \frac{\Delta H}{N_e}$$

donde:

\$\Delta h_e\$: Pérdida de carga entre dos líneas equipotenciales;

\$\Delta H\$: pérdida de carga total entre la entrada y la salida,

\$n_A\$: el número de espacios equipotenciales o mallas atravesadas desde la entrada hasta el punto considerado (A) (pudiendo ser un número no entero);

\$N_e\$: número de espacios equipotenciales (pudiendo ser un número no entero).

Por consiguiente la presión hidrodinámica actuante en el punto A es igual a:

$$u_A = \gamma_w (H_1 + h_A - n_A \cdot \Delta h_e) = \gamma_w \left(H_1 + h_A - n_A \cdot \frac{\Delta H}{N_e} \right)$$

Los valores de presiones hidrodinámicas calculados por la expresión anterior son directamente aplicables al diseño de estructuras sometidas a flujo, tales como taludes, azudes, muros de contención, cimentaciones, y casi todas las obras hidráulicas.

En la Figura 3.13 se ha esquematizado el perfil de un azud construido para un balneario, en el cuál además del efecto o cálculo de la infiltración de agua por debajo de él, interesan otros efectos, tales como su estabilidad.

En el punto A, la presión hidrodinámica tiene por el principio de Pascal, igual intensidad en todas las direcciones, y por lo tanto ejercerá hacia arriba contra la solera, una subpresión que tiende a levantarlo. Se oponen a ello el peso del hormigón. Si estos valores no alcanzan a equilibrar la resultante hacia arriba de las subpresiones, será necesario redimensionar la obra de hormigón, dar salida por orificios de purga aliviando las presiones hidráulicas, o dar otra solución a la forma de la obra de embalse para disminuir las presiones hidrodinámicas en los puntos críticos.

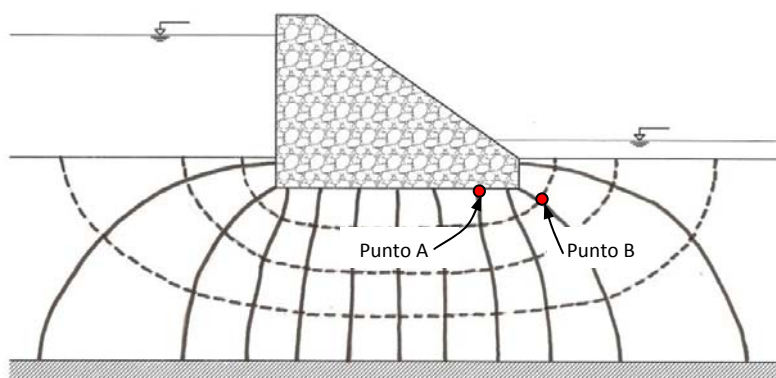


Figura 3.13: Red de flujo para calcular las subpresiones en la solera del azud nivelador

Ejercicio 3

Calcular la presión hidrodinámica en el punto C de la Figura 3.12.

Datos:

$$\gamma_{\text{SAT}} = 1,80 \text{ t/m}^3; h_c = 4,00 \text{ m}; \Delta H = 6,00 \text{ m}; H_2 = 3,5 \text{ m}$$

Presiones totales en C

$$\sigma_c = (1,0 \text{ t/m}^3 \cdot 3,50 \text{ m}) + (1,80 \text{ t/m}^3 \cdot 4,00 \text{ m}) = 10,7 \text{ t/m}^2$$

Presión hidrodinámica en C

$$u_c = \gamma_w [H_1 + h_c - n_c \cdot (\Delta H / N_e)]$$

$$u_c = 1,00 \text{ t/m}^3 [9,50 \text{ m} + 4,00 \text{ m} - 5 \cdot (6,00 \text{ m} / 6)] = 8,50 \text{ t/m}^2$$

Presión efectiva en C

$$\sigma'_c = 10,7 \text{ t/m}^2 - 8,5 \text{ t/m}^2 = 2,2 \text{ t/m}^2$$

3.1.9 Sifonaje

En el punto B indicado en la Figura 3.13, la presión hidrodinámica será mucho menor que en punto A, porque se encuentra próximo a la salida. Allí se debe comparar el valor de la presión hidrodinámica con el peso unitario sumergido del terreno, más el peso del tirante de agua. Si el efecto de la subpresión del agua es superior, el suelo tenderá a levantarse, provocando lo que se llama “ebullición” de las arenas. El agua en movimiento arrastra el material en suspensión, y se produce un fenómeno de erosión por socavación al pie de la obra de embalse.

Este proceso puede continuarse, pues luego de la primera socavación, se acorta el recorrido de las líneas de corriente, o lo que es lo mismo aumenta el gradiente hidráulico y con él, la velocidad de escurrimiento y la energía de arrastre, agravándose el fenómeno erosivo. Esto puede llegar a la tubificación completa del lecho permeable debajo de la obra, con el consiguiente vaciado del embalse, y el riesgo de asentamientos que pueden llegar al colapso de la obra.

Una solución a este problema consiste en colocar un material más pesado al pie de la solera, como gravas o rodados de modo de formar un filtro de peso adecuado. Otra solución es alargar la solera, o aumentar el recorrido del agua mediante tablestacas, de modo de alargar los tubos de flujo y disminuir el gradiente hidráulico.

En la Figura 3.14. se ha esquematizado un permeámetro en el cual el agua escurre por la probeta de suelo en dirección ascendente, desde B hacia A.

La presión total en punto A es igual a:

$$\sigma_A = H_1 \cdot \gamma_w$$

y la presión del agua en el punto A, también es igual a:

$$u_A = H_1 \cdot \gamma_w$$

por lo tanto la presión efectiva es igual a:

$$\sigma'_A = \sigma_A - u_A = 0$$

La presión total en punto B es igual a:

$$\sigma_B = H_1 \cdot \gamma_w + L \cdot \gamma_{SAT}$$

y la presión del agua en el punto A, también es igual a:

$$u_A = (\Delta h + H_1 + L) \cdot \gamma_w$$

por lo tanto la presión efectiva es igual a:

$$\sigma'_B = \sigma_B - u_B = H_1 \cdot \gamma_w + L \cdot \gamma_{SAT} - \Delta h \cdot \gamma_w + H_1 \cdot \gamma_w + L \cdot \gamma_w$$

como $\gamma_{SAT} = \gamma_w + \gamma'$

simplificando y reemplazando la ecuación anterior queda:

$$\sigma'_B = L \cdot \gamma' - \Delta h \cdot \gamma_w$$

Si se define al sifonaje, al fenómeno que se produce cuando la presión efectiva es igual a 0, esa ecuación se resume en:

$$0 = L \cdot \gamma' - \Delta h \cdot \gamma_w$$

Si se reordena, se puede calcular el gradiente para el cual la presión efectiva se hace cero y se produce el sifonaje:

$$\frac{\Delta H}{L} = \frac{\gamma}{\gamma_w}$$

A esta relación de la denomina "gradiente crítico":

$$i_c = \frac{\gamma}{\gamma_w}$$

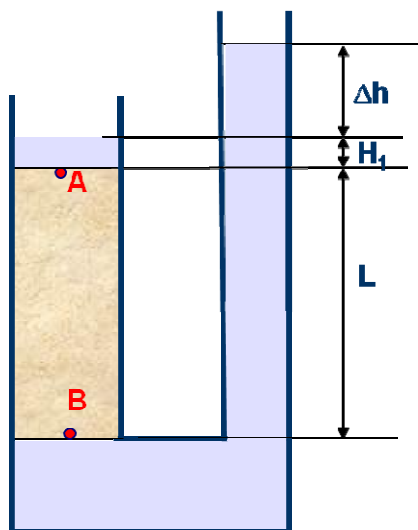


Figura 3.14: Definición de gradiente crítico

Una manera de evaluar en los casos reales cuan cerca o lejos se está de una situación límite o crítica, se puede calcular el Factor o Coeficiente de Seguridad al sifonaje, como la relación entre el gradiente crítico correspondiente a la situación límite, y el gradiente (i) en la situación real o actual. Así:

$$F.S_{SIFONAJE} = \frac{i_c}{i}$$

Obviamente las condiciones más desfavorables se dan a la salida del flujo del agua, en donde las presiones efectivas disminuyen, y muchas veces el recorrido del agua es ascendente.

Ejercicio 4

En el azud esquematizado en la Figura 3.15 se pide:

- a) Calcular la presión hidrodinámica en los puntos 1, 2 y 3.
- b) Calcular el coeficiente de seguridad al levantamiento por subpresión, considerando que el peso unitario del hormigón del azud es igual a $2,40 \text{ t/m}^2$.
- c) Calcular el coeficiente de sifonamiento a la salida (sector 4 a 5).

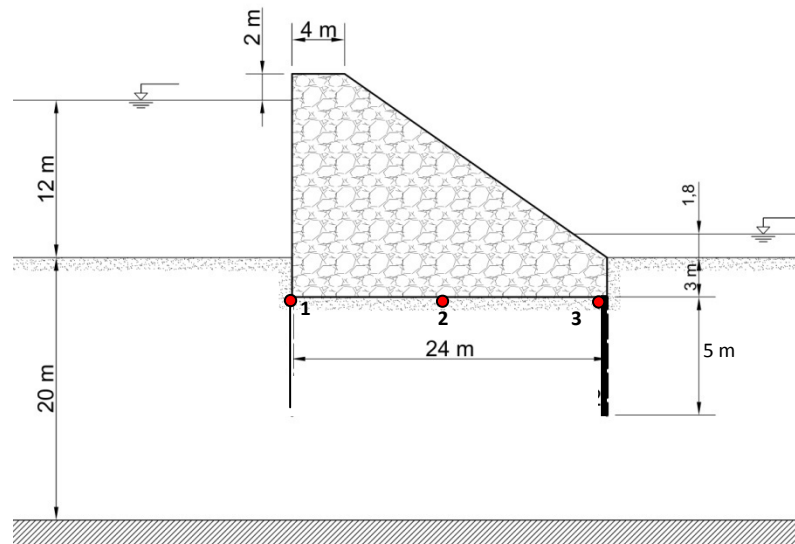


Figura 3.15: Datos del ejercicio 4

En la Figura 3.16 se ha dibujado la red del flujo correspondiente.

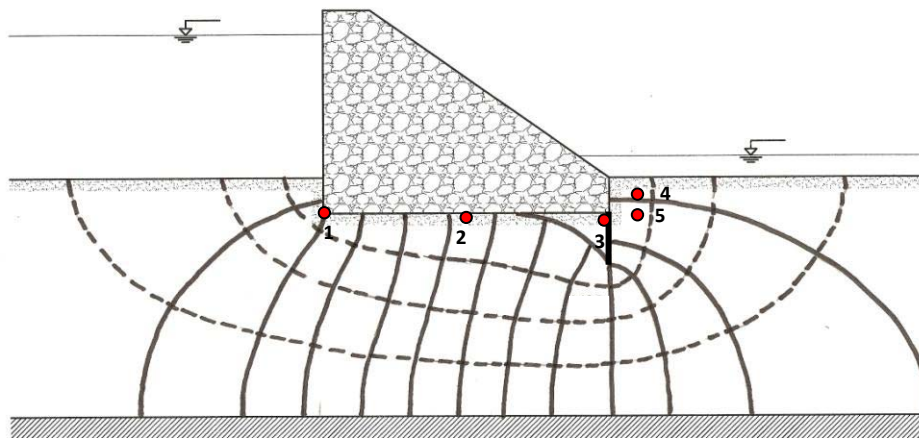


Figura 3.16. Red de flujo del ejercicio 4.

a) Cálculo de la presión hidrodinámica en los puntos 1, 2 y 3

El número de espacios equipotenciales es igual a: $N_e = 12,5$. Por lo tanto, la pérdida de carga en cada espacio equipotencial es igual a:

$$\Delta h_e = \frac{\Delta H}{N_e} = \frac{12,00 \text{ m} - 1,80 \text{ m}}{12,5} = 0,816 \text{ m}$$

Punto 1:

$$u_1 = \gamma_w [H_1 + h_1 - n_1 \cdot \Delta h_e]$$

$$u_1 = 1,00 \text{ t/m}^3 [12,00 \text{ m} + 3,00 \text{ m} - 2,0 \cdot 0,816 \text{ m}] = 13,37 \text{ t/m}^2$$

Punto 2:

$$u_2 = \gamma_w [H_1 + h_2 - n_2 \cdot \Delta h_e]$$

$$u_2 = 1,00 \text{ t/m}^3 [12,00 \text{ m} + 3,00 \text{ m} - 5,4 \cdot 0,816 \text{ m}] = 10,59 \text{ t/m}^2$$

Punto 3:

$$u_3 = \gamma_w [H_1 + h_3 - n_3 \cdot \Delta h_e]$$

$$u_3 = 1,00 \text{ t/m}^3 [12,00 \text{ m} + 3,00 \text{ m} - 8,0 \cdot 0,816 \text{ m}] = 8,47 \text{ t/m}^2$$

b) Cálculo del coeficiente de seguridad al levantamiento por subpresión

Se considera que la subpresión media es la correspondiente al punto 2, o sea igual a $10,60 \text{ t/m}^2$.

Para calcular la sección total del azud (A_T) se lo divide en tres sub área:

$$A_1 = 14,0 \text{ m} \cdot 4,0 \text{ m} = 56,0 \text{ m}^2; A_2 = 20,0 \text{ m} \cdot 12,0 \text{ m} / 2 = 120 \text{ m}^2; A_3 = 24,0 \text{ m} \cdot 3,0 \text{ m} = 72,0 \text{ m}^2$$

$$A_T = 248,0 \text{ m}^2$$

Por lo cual, el peso del azud por metro de espesor será:

$$W = A_T \cdot 1,0 \text{ m} \cdot \gamma_{H_2O} = 248,0 \text{ m}^2 \cdot 1,0 \text{ m} \cdot 2,40 \text{ t/m}^3 = 595,2 \text{ t}$$

Entonces la presión promedio transmitida por el azud por peso propio a lo ancho del mismo será:

$$\sigma_{PP} = \frac{W}{24,0 \text{ m} \cdot 1,0 \text{ m}} = \frac{595,2 \text{ t}}{24,0 \text{ m}^2} = 24,8 \text{ t/m}^2$$

$$F.S = \frac{\sigma_{PP}}{\sigma_{Wmedia}} = \frac{24,8 \frac{\text{t}}{\text{m}^2}}{10,6 \frac{\text{t}}{\text{m}^2}} = 2,33$$

c) Cálculo del coeficiente de sifonamiento a la salida (sector 4 a 5)

$$\Delta h = \frac{u_5}{\gamma_w} - L - \frac{u_4}{\gamma_w}$$

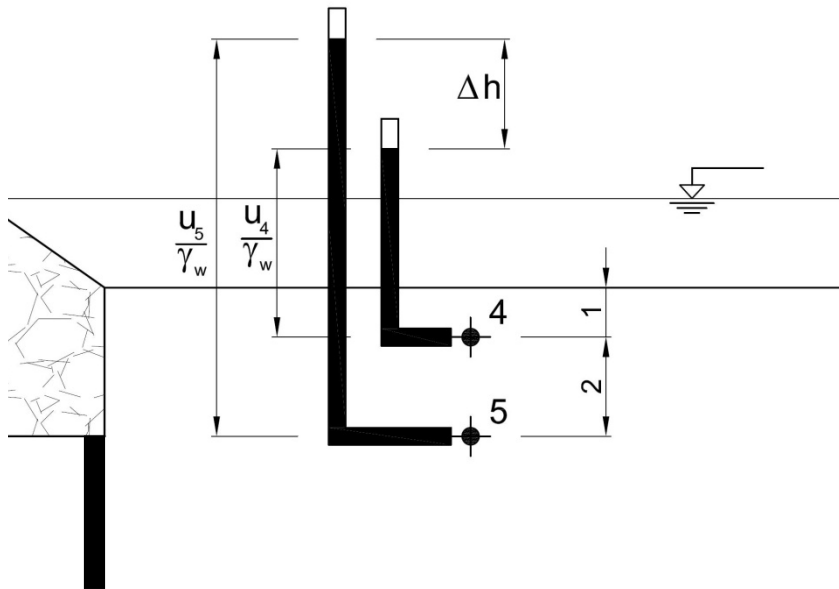


Figura 3.17. Esquema del sector de salida

Punto 5:

$$u_5 = \gamma_w [H_1 + h_5 - n_5 \cdot \Delta h_e]$$

$$u_5 = 1,00 \text{ t/m}^3 [12,00 \text{ m} + 3,00 \text{ m} - 11,8 \cdot 0,816 \text{ m}] = 5,37 \text{ t/m}^2$$

Punto 4:

$$u_4 = \gamma_w [H_1 + h_4 - n_4 \cdot \Delta h_e]$$

$$u_4 = 1,00 \text{ t/m}^3 [12,00 \text{ m} + 1,00 \text{ m} - 12,1 \cdot 0,816 \text{ m}] = 3,12 \text{ t/m}^2$$

siendo

$$L = 2 \text{ m}$$

por lo tanto:

$$\Delta h = \frac{u_5}{\gamma_w} - L - \frac{u_4}{\gamma_w} = \frac{5,37 \text{ m}}{1,0 \frac{\text{t}}{\text{m}^3}} - 2,0 \text{ m} - \frac{3,12 \text{ m}}{1,0 \frac{\text{t}}{\text{m}^3}} = 0,25 \text{ m}$$

El gradiente entre los puntos 5 y 4 será:

$$i = \frac{\Delta h}{L} = \frac{0,25 \text{ m}}{2,00 \text{ m}} = 0,125 \text{ m}$$

Recordando que:

$$i_{crit} = \frac{\gamma}{\gamma_w} = \frac{0,85 \frac{\text{t}}{\text{m}^3}}{1,0 \frac{\text{t}}{\text{m}^3}} = 0,85$$

Entonces:

$$F.S.sifonamiento = \frac{i_{crit}}{i} = \frac{0,85}{0,125} = 6,8$$

3.2 INCREMENTO DE TENSIONES

3.2.1 Método aproximado de cálculo: Método dos en uno.

Cuando se aplica una carga en la superficie, las tensiones verticales dentro de la masa de suelo aumentan. La carga se transmite a través de toda la masa de suelo, extendiéndose lateralmente a medida que aumenta la profundidad.

En forma expeditiva, aunque algo inexacto, se puede aplicar el método 2 en 1. Consiste en distribuir la carga Q sobre un área uniformemente cargada, con una presión igual a:

$$q = \frac{Q}{\text{Area}}$$

El área puede ser la correspondiente a una zapata corrida de ancho B , o un área rectangular, cuadrada o circular. Esta presión se distribuye sobre una superficie mayor de forma tronco-piramidal o tronco-cónica formada por lados con pendiente 2 (vertical) a 1 (horizontal) (Ver Fig. 3.18). El incremento de tensión a una profundidad z , en el caso de una zapata corrida de ancho B , estará dado por:

$$\Delta\sigma_v = \frac{Q}{\left(\frac{z}{2} + B + \frac{z}{2}\right) \cdot 1} = \frac{q \cdot B}{\left(\frac{z}{2} + B + \frac{z}{2}\right)}$$

Esto indica que no hay variación del incremento de tensión entre los distintos puntos que estén a la misma profundidad dentro de la pirámide, y supone que no hay incremento de tensiones fuera de la misma.

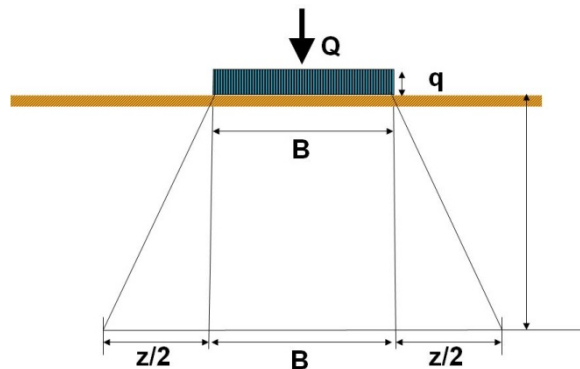


Figura 3.18: Método dos en uno, para el cálculo aproximado del incremento de presión.

3.2.2 El uso de la teoría de la elasticidad para el cálculo de los incremento de tensiones

El conocimiento de las tensiones en las masas de suelo es importante para poder entender el comportamiento dentro de sus fases, el esqueleto sólido y fluido intersticial.

El cálculo de la distribución de tensiones en la masa de suelo es una parte importante en el proceso de cálculo de los asentamientos.

Las distribuciones de tensiones que se producen por la aplicación de las cargas debidas a la implantación de obras de ingeniería dependen del espesor y la uniformidad de la masa de suelo, del tamaño y la forma del área cargada, y de las propiedades tensión-deformación del suelo.

En la práctica ingenieril, pueden identificarse dos categorías de problemas:

1. Los problemas de estabilidad se analizan considerando el equilibrio límite de una masa de suelo en estado de falla por corte a lo largo de una superficie de deslizamiento potencial. La zona de falla se

encuentra en un estado de equilibrio plástico. Este tema se trata en los capítulos de equilibrio plástico, estabilidad de taludes y capacidad de carga.

2. Los problemas de distribución de tensiones y deformaciones tienen por objeto la predicción de deformaciones (principalmente asentamientos) en el suelo cuando los niveles de tensiones se restringen al rango inicial, lineal, de la curva tensión-deformación. Se presupone que el suelo se encuentra en equilibrio elástico y que se comporta como un material homogéneo, isotrópico y linealmente elástico, cuyas propiedades se definen con el módulo de elasticidad (E) y la relación de Poisson (ν).

Las tensiones en un punto varían según la dirección y hay que considerar las relaciones entre los esfuerzos actuantes en direcciones diferentes. Sin embargo, en muchos problemas el interés se centra en aquellos que actúan en la dirección vertical, que se utilizan en el cálculo de la capacidad de carga y de los asentamientos.

En muchas construcciones tales como muros, terraplenes y cimientos corridos, la masa de suelo sometida a una tensión es muy grande en una dirección. Las deformaciones de la masa en la dirección y sólo se producen localmente en los bordes de la estructura. Las condiciones generales se aproximan a las de deformación plana donde σ_y es el esfuerzo principal intermedio. Por lo tanto se reduce el problema a un análisis bidimensional de esfuerzos, en el cual únicamente se consideran las tensiones en el plano $x - z$.

Para las tensiones verticales, solamente intervienen términos geométricos requiriéndose que la relación tensión-deformación sea constante. Para tensiones horizontales y de corte se necesita conocer la relación de Poisson.

A estas soluciones que indican los cambios de tensiones que resultan de la aplicación de cargas externas, hay que añadirle las tensiones que existen en la masa de suelos debido a su propio peso, para obtener las tensiones totales.

La solución del problema puede plantearse en forma aproximada o empleando la teoría de elasticidad. El modelo teórico que se utiliza en los problemas de análisis de tensiones es el de un semiespacio. Esto significa, una masa de suelos con límites inferior y laterales suficientemente lejanos como para tener efecto sobre el análisis.

La Teoría de la Elasticidad se emplea para calcular las tensiones producidas en una masa de suelo por las cargas aplicadas exteriormente. Se supone que el suelo es homogéneo (sus propiedades no varían de un punto a otro) e isótropo (sus propiedades son las mismas cualquiera sea la dirección que se considere a partir de un punto).

Esto es razonable cuando se está en el semiespacio y los niveles de tensiones son bajos. La magnitud del error depende tanto de la aplicación de la ley de Hooke como de la magnitud de la variación permanente de volumen que se produce (consolidación).

El estudio de estos temas se inicia con los trabajos de Boussinesq (1885) quien desarrolló analíticamente la expresión para obtener el incremento de tensiones en una masa semi-infinita debido a la aplicación de una carga puntual en su superficie.

Las condiciones complejas de carga pueden tratarse como una combinación de dos o más de los casos simples y su solución puede obtenerse aplicando el principio de superposición de esfuerzos.

Cuando la carga no es puntual y está distribuida sobre un área, las tensiones verticales en profundidad se calculan integrando la ecuación de Boussinesq sobre el área cargada.

3.2.3 Ecuación de Boussinesq. Carga concentrada sobre la superficie del terreno

Se han usado muchas fórmulas, basadas en la teoría de la elasticidad, para calcular los incrementos de tensiones en el suelo. Todas ellas son similares y se diferencian solamente en las suposiciones que se hacen respecto a las condiciones elásticas de la masa de suelo y en la geometría del área cargada. Una de las ampliamente usadas es la publicada por Boussinesq, matemático francés, en 1885.

Parte de suponer que el suelo es una masa homogénea, elástica e isotrópica, haciendo sus deducciones para cuerpos elásticos cargados en la superficie, cosa que en la ingeniería geotécnica casi nunca sucede, pues las fundaciones están debajo de la superficie del terreno. Asimismo, las fórmulas elásticas suponen que el material cargado tiene las mismas propiedades antes y después de la carga, cuando en realidad se altera o se compacta. Por lo tanto, no es recomendable aplicar la fórmula para puntos próximos a la superficie del suelo.

Para una carga concentrada (Q) aplicada en la superficie, el incremento de tensión vertical ($\Delta\sigma_v$) en un punto N, ubicado a una profundidad (z), apartado de la vertical una distancia (r), se obtiene mediante la expresión. (Fig.3.19)

$$\Delta\sigma_v = \frac{3 \cdot Q}{2 \cdot \pi \cdot z^2} \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2} \right)^{5/2}$$

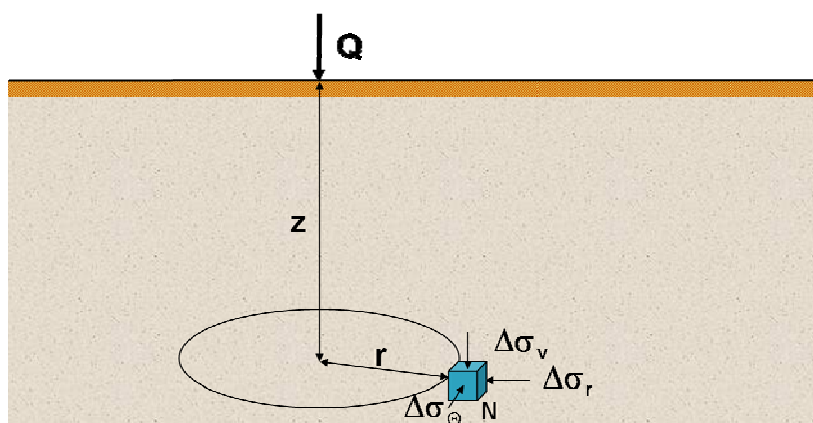


Figura 3.19: Incremento de tensiones para una carga puntual en la superficie de un semiespacio.

Ejercicio 5:

Determinar los incrementos de tensiones verticales en un macizo de suelo, si en superficie se aplica una fuerza concentrada igual 800 kN, en los siguientes puntos:

1. Bajo la vertical de acción de la fuerza a las profundidades de -1,0; -2,0; -3,0; -4,0; -5,0 y -10,0 metros.
2. Bajo un plano horizontal a la profundidad de -2,0 metros a las distancias contadas a partir de la vertical de la carga: 0,5; 1,0; 2,0; 4,0; 5,0 y 6,0 metros.

En las tablas siguientes se indican los valores obtenidos para ambos puntos.

Prof. [m]	Distancia [m]	Incremento de tensión [kPa]
-1,0	0,0	382,0
-2,0	0,0	95,5
-3,0	0,0	42,4
-4,0	0,0	23,9
-5,0	0,0	15,3
-10,0	0,0	3,8

Prof. [m]	Distancia [m]	Incremento de tensión [kPa]
-2,0	0,5	82,1
-2,0	1,0	54,7
-2,0	2,0	16,9
-2,0	3,0	5,0
-2,0	4,0	1,7
-2,0	5,0	0,7

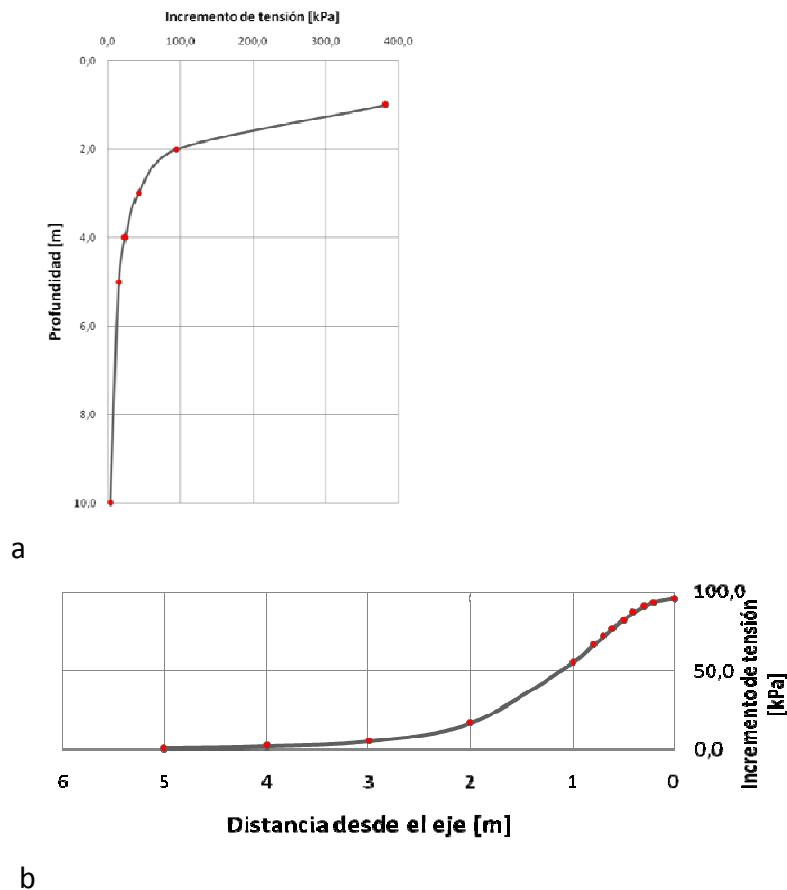


Figura 3.20. Resultados del ejercicio 5. a) Variación de incremento de presión con la profundidad; b) Variación del incremento de presión a una profundidad z, dependiendo de la distancia al eje.

3.2.4 Carga Lineal Vertical Infinita

La solución de Boussinesq puede extenderse para resolver cargas lineales, tales como las que produce la vía de un ferrocarril. El incremento de presión vertical en el punto ubicado a una profundidad (z) y a una distancia (x), debido a la aplicación de una carga lineal de q[kN/m] por metro es igual a (Ver Fig.3.21):

$$\Delta\sigma_v = \frac{2 \cdot q \cdot z^3}{\pi \cdot (x^2 + z^2)^2}$$

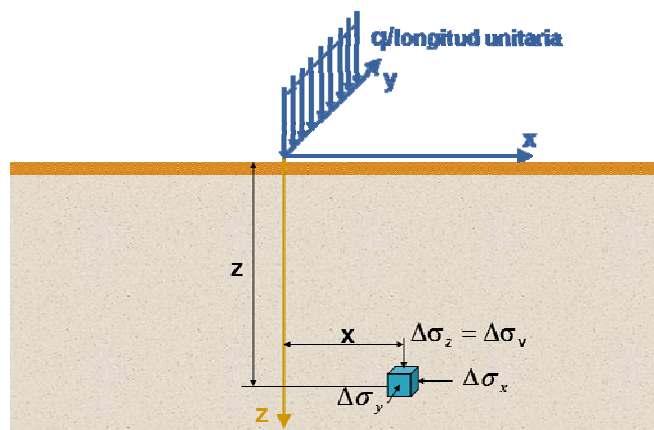
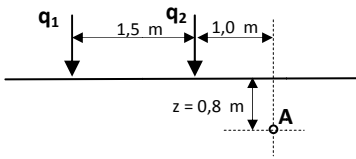


Figura 3.21. Carga lineal infinita sobre la superficie de una masa del suelo

Ejercicio 6

Calcular el incremento de presión vertical en el punto A, producido por dos cargas lineales iguales a 12 kN/m, y separadas 1,50 metros.



$$\Delta\sigma_{v1} = \frac{2 * \frac{12,0kN}{m} * 0,80^3m^3}{\pi[2,50^2 + 0,80^2]^2} = 0,08 \text{ kN/m}^2$$

$$\Delta\sigma_{v2} = \frac{2 * \frac{12,0kN}{m} * 0,80^3m^3}{\pi[1,00^2 + 0,80^2]^2} = 2,48 \text{ kN/m}^2$$

$$\Delta\sigma_{vT} = \Delta\sigma_{v1} + \Delta\sigma_{v2} = 2,56 \text{ kN/m}^2$$

3.2.5 Presión Uniforme sobre una Franja Infinita

Las cimentaciones sobre zapatas corridas frecuentemente soportan cargas distribuidas de manera uniforme. En tales casos, se considera que la longitud es semi-infinita, con lo cual el problema es bidimensional.

El incremento de presión en el punto P producidos por una presión uniforme q que actúa sobre una franja flexible infinitamente larga de ancho B es igual a (ver Fig.3.21):

$$\Delta\sigma_v = \frac{q}{\pi} \left[\tan^{-1} \frac{z}{x-b} - \tan^{-1} \frac{z}{x+b} - \frac{2bz(x^2 - z^2 - b^2)}{(x^2 - z^2 - b^2)^2 + 4b^2z^2} \right]$$

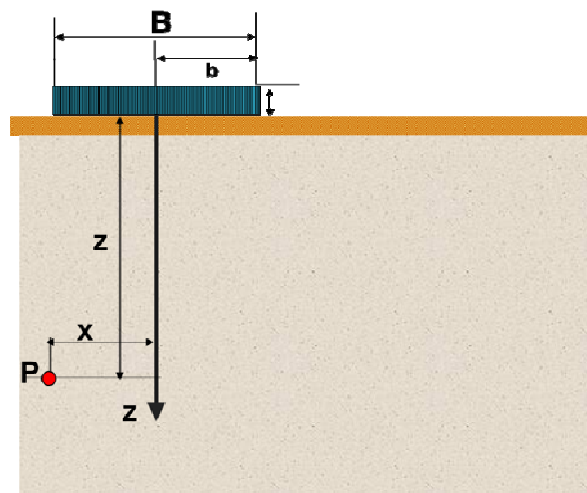


Figura 3.21: Franja infinita con una presión uniforme

En la tabla 3.1 se muestra la variación del Factor de Influencia I_z para relaciones de 2x/B y 2z/B.

$$I_z = \frac{\Delta\sigma}{q}$$

Tabla 3.1: Variación de I_z con la profundidad z y la distancia x

$2z/B$	$2x/B$				
	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0
0	1.000	1.000	0.500		
0,5	0.959	0.9.3	0.497	0.089	0.019
1,0	0,818	0.735	0.480	0.249	0.078
1,5	0.668	0.607	0.448	0.270	0.146
2,0	0.550	0.510	0.409	0.288	0.185
2,5	0.462	0.437	0.370	0.285	0.205
3,0	0.396	0.379	0.334	0.273	0.211
3,5	0.345	0.334	0.302	0.258	0.216
4,0	0.306	0.298	0.275	0.242	0.205
4,5	0.274	0.268	0.251	0.226	0.197
5,0	0.248	0.244	0.231	0.212	0.188

Ejercicio 7

a. Calcular los incrementos de presión producidos por una zapata corrida de un ancho (B) igual a 1,00 metro, y con una carga uniformemente distribuida (q) igual a 50 kPa, en el eje de la zapata, a las siguientes profundidades: 0,0 m; -0,25m; -0,50 m; -0,75 m; -1,00 m; -1,25 m; -1,50 m; -2,00 m y -2,50 m.

z [m]	$2z/B$	I_z	$\Delta\sigma$ [kPa]
-0,00	0,0	1,000	50,0
-0,25	0,5	0,959	47,9
-0,50	1,0	0,818	40,9
-0,75	1,5	0,668	33,4
-1,00	2,0	0,550	27,5
-1,25	2,5	0,462	23,1
-1,50	3,0	0,396	19,8
-2,00	4,0	0,306	15,3
-2,50	5,0	0,248	12,4

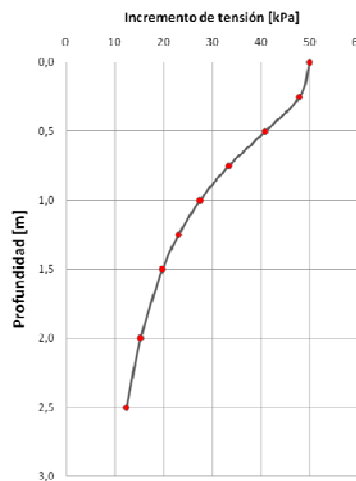
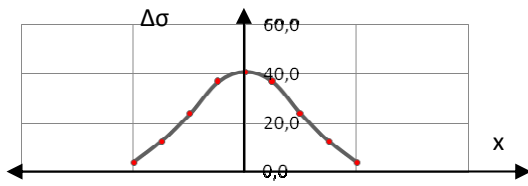


Figura 3.23: Resultados del ejercicio 7. Variación del incremento de presión con z .

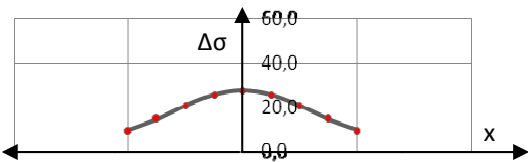
b. Calcular los incrementos de presión producidos por la zapata corrida en planos horizontales ubicados a las siguientes profundidades: -0,50 m; -1,00 m y -2,00 m. En cada plano a las distancias (x) desde el eje igual a 0,25 m; 0,50 m; 0,75m y 1,00 m.

x [m] →		-1,00	-0,75	-0,50	-0,25	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00
2x/B →		-2,00	-1,50	-1,00	-0,50	0,00	0,50	1,00	1,50	2,00
z [m] ↓	2z/B ↓	lz								
		0,50	1,00	0,078	0,249	0,480	0,735	0,818	0,735	0,480
1,00	2,00	0,185	0,288	0,409	0,510	0,550	0,510	0,409	0,288	0,185
2,00	4,00	0,205	0,242	0,275	0,298	0,306	0,298	0,275	0,242	0,205
		Δσ								
0,50	1,00	3,9	12,5	24,0	36,8	40,9	36,8	24,0	12,5	3,9
1,00	2,00	9,3	14,4	20,5	25,5	27,5	25,5	20,5	14,4	9,3
2,00	4,00	10,3	12,1	13,8	14,9	15,3	14,9	13,8	12,1	10,3

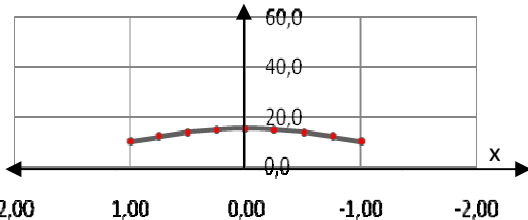
Los diagramas tienen el aspecto de una campana con el valor máximo en el eje de la superficie cargada (Ver Fig.3.24).



a) Variación de los incrementos de presiones a una profundidad de 0,50 metros



b) Variación de los incrementos de presiones a una profundidad de 1,00 metros



c) Variación de los incrementos de presiones a una profundidad de 2,00 metros.

Figura 3.24. Variación del incremento de presión en planos horizontales ubicados a 0,50m; 1,00 m y 2,00 metros.

3.2.6 Presión uniforme sobre un Área Circular

En el caso de una superficie uniformemente cargada, la expresión de Boussinesq puede integrarse sobre dicha área. Así, el incremento de presión producido por carga infinitesimal ($q \cdot dr \cdot d\alpha$) a una profundidad z , es igual a:

$$d\sigma_v = \frac{3 \cdot (q \cdot r \cdot dr \cdot d\alpha) \cdot z^3}{2\pi(r^2 + z^2)^{5/2}}$$

Integrando esta ecuación en un área circular, el incremento de presión en un punto P, ubicado en el centro de la superficie cargada de radio R, a una profundidad z , es igual a (ver Fig.3.25):

$$\Delta\sigma_v = q \left\{ 1 - \frac{1}{\left[\left(\frac{R}{z} \right)^2 + 1 \right]^{3/2}} \right\}$$

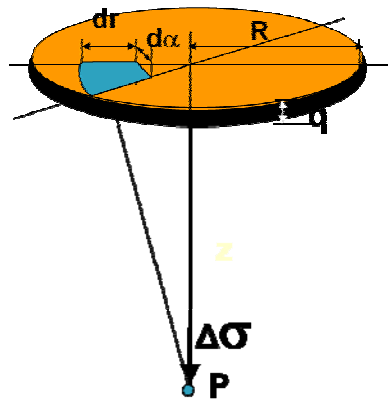


Figura 3.25: Incremento de presión producido por una zapata circular de radio R, y una carga uniforme q, en el eje de la superficie cargada.

Cuando el punto está ubicado a una distancia x del eje, se debe recurrir al gráfico de la Fig.3.26, donde en el eje de abscisas está el Factor de Influencia Iz en porcentaje, y en el eje de ordenadas está la relación de z/R. El gráfico presenta una curva para cada relación x/R. Así, para el cálculo del incremento de presión ($\Delta\sigma_v$) se determinan las relaciones z/R; x/R, y a partir de ellas el Factor de Influencia Iz en porcentaje. El incremento de presión vertical se calcula utilizando la siguiente ecuación:

$$\Delta\sigma_v = \frac{q \cdot I_z}{100}$$

La Figura 3.26 muestra las isobaras o puntos de igual incremento de presión vertical producida por una presión normal uniformemente repartida (q) que actúa sobre un área circular en la superficie de un semiespacio elástico. Estas isobaras se las conocen como bulbos de presiones.

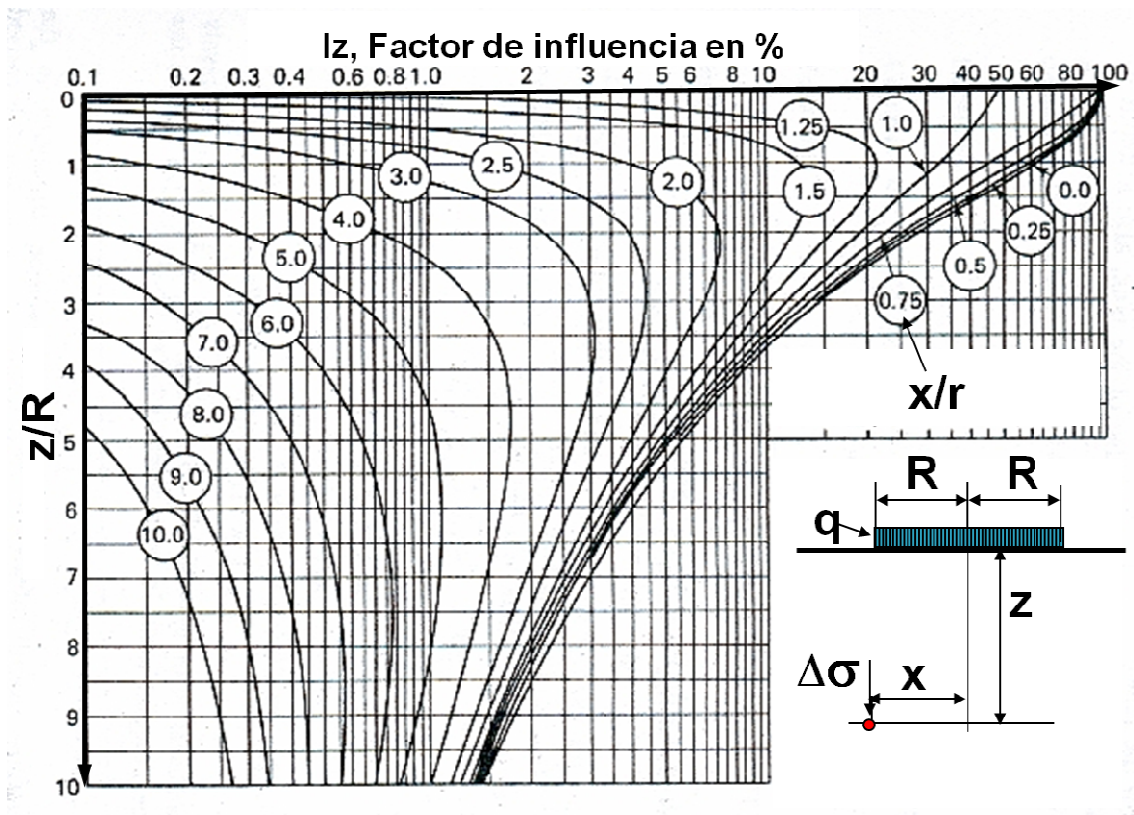
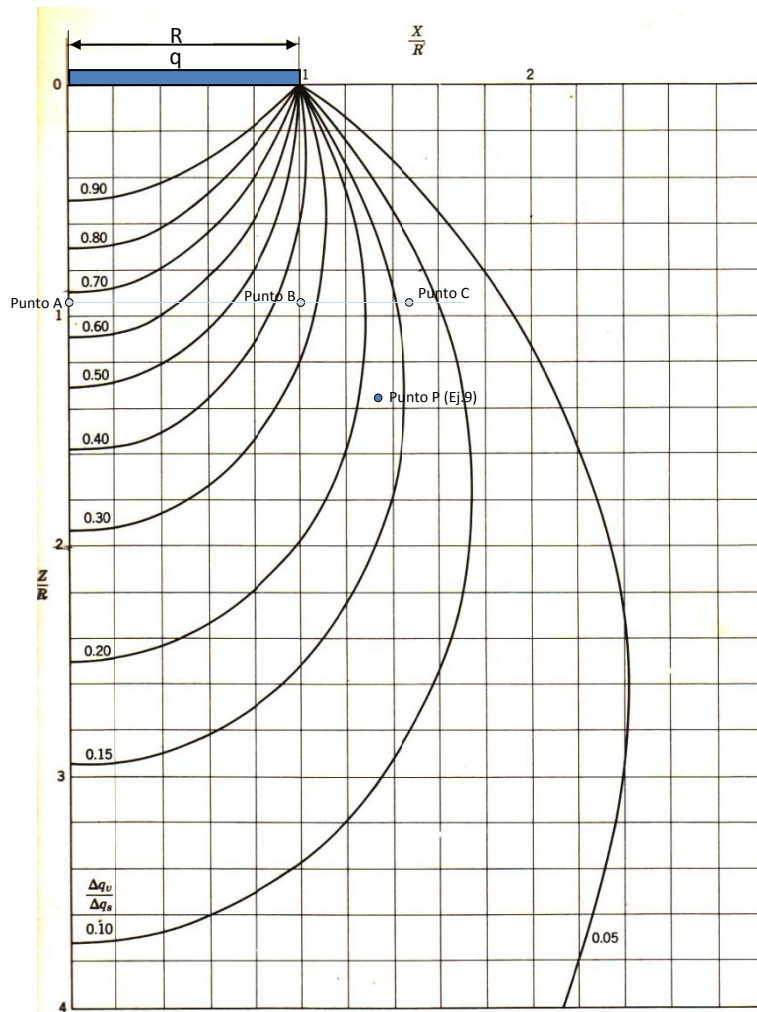


Figura 3.26: Abaco para calcular los incrementos de presión producidos por una presión uniforme sobre una superficie circular.



3.27 Incrementos de presión producidos por una carga uniforme sobre un superficie circular flexible.

Ejercicio 8

Calcular las tensiones totales y efectivas en los puntos A, B y C, que se encuentran a una profundidad de -6,20 metros, producidas por el peso propio del suelo y del tanque de agua que tiene un diámetro igual a 10,0 metros, fundado a una profundidad de -1,60 metros (ver figura). El tanque transmite una presión (q) igual a $6,0 \text{ t/m}^2$ (peso propio + agua). El punto A está ubicado en el eje del tanque, el punto B sobre la vertical del borde, y el punto C a una distancia de 7,20 metros. El peso unitario saturado del suelo es igual a $1,92 \text{ t/m}^3$. El nivel freático se supone en la superficie del terreno.

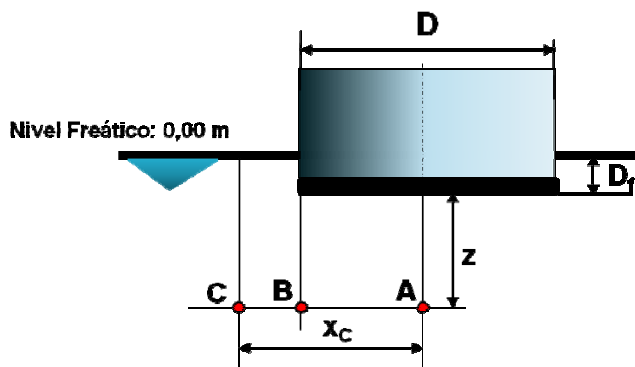


Figura 3.28: Datos del ejercicio 8.

En la tabla siguiente se calculan los incrementos de presión producidos por el tanque.

Punto	z [m]	x [m]	z/R	x/R	Iz %	$\Delta\sigma$ [t/m ²]
A	4,60	0,00	0,92	0,00	65	3,90
B	4,60	5,00	0,92	1,00	34	2,04
C	4,60	7,20	0,92	1,44	15	0,90

Observé que si se recurre al gráfico de la figura 3.27, también se obtiene los mismos valores de Iz, sólo que no expresados en porcentajes (Ver puntos A, B y C).

En la tabla siguiente se calculan las presiones totales y efectivas considerando los incrementos de presión y las presiones geostáticas.

Punto	z [m]	γ_{SAT} [t/m ³]	Presión total geostática, σ_0 [t/m ²]	Presión del agua, u [t/m ²]	Presión efectiva geostática σ_0' [t/m ²]	Presión total efectiva $\sigma_{TOTAL}' = \sigma_0' + \Delta\sigma$ [t/m ²]
A	4,60	1,92	8,83	6,20	2,63	6,53
B	6,20	1,92	11,90	6,20	5,70	7,74
C	6,20	1,92	11,90	6,20	5,70	6,60

3.2.7 Presión Uniforme sobre un Área Rectangular

En este caso hace falta integrar la expresión de Boussinesq sobre el área rectangular para solucionar el problema. Para el caso de las tensiones verticales, problema más frecuente en ingeniería, puede emplearse varias soluciones. Se verá la propuesta por Fadum o Steinbrenner.

La solución elemental es la correspondiente para el incremento de tensión vertical en el punto N, ubicado a una profundidad z, debajo de una esquina de un área rectangular flexible (B x L) uniformemente cargada (q).

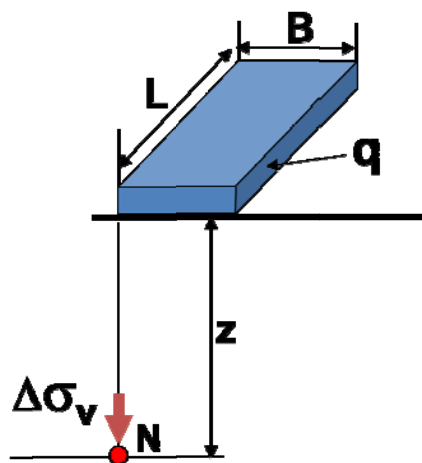


Figura 3.29: Incremento de presión en la esquina de una superficie rectangular con una carga uniforme.

La solución tiene la forma:

$$\Delta\sigma_v = q \cdot I_z$$

donde I_z es un Factor de Influencia que depende de la longitud L y el ancho B del área rectangular y de la profundidad z del punto N .

Los valores de I_z expresados en función de los parámetros $m = B/z$ y $n = L/z$ se presentan en la Figura 3.30.

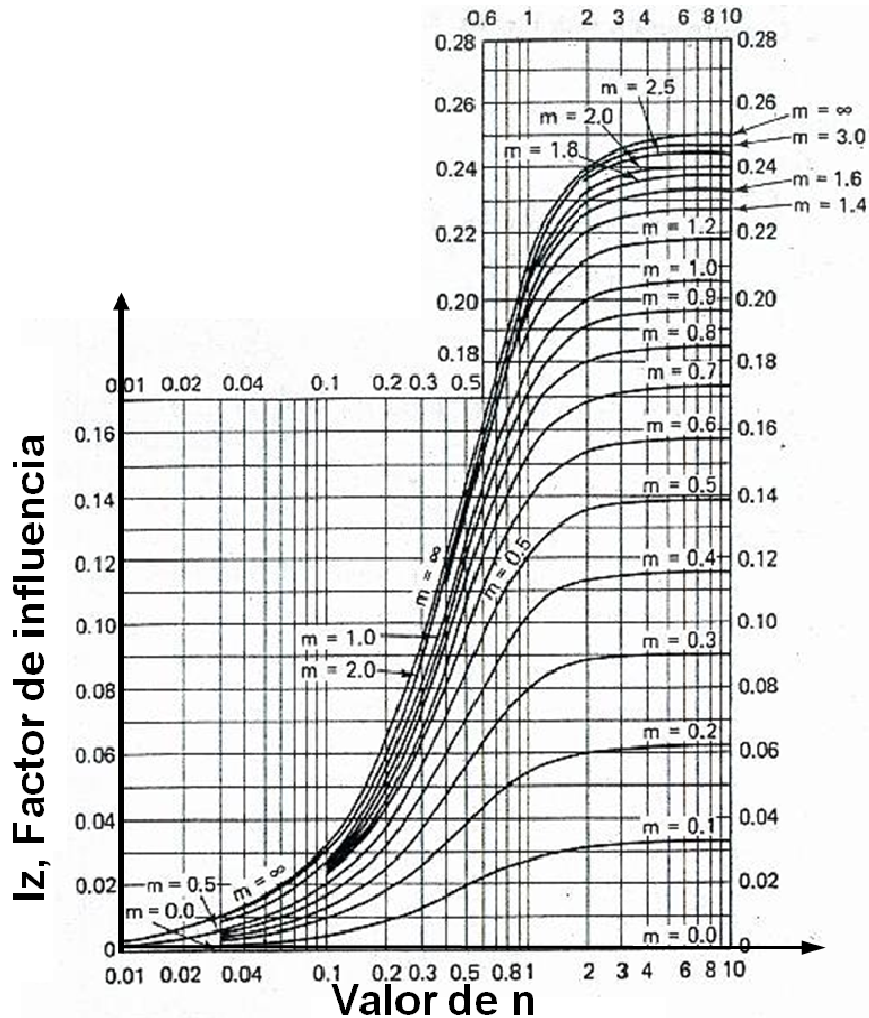


Figura 3.30: Abaco de Steimbrenner o Fadum para calcular los incrementos de presión en la esquina de una superficie rectangular con carga uniforme.

Cualquier cimiento con planta rectilínea puede considerarse como una serie de rectángulos, cada uno de los cuales tiene una esquina coincidente con el punto que se estudia. Entonces se obtienen las tensiones para cada rectángulo y aplicando el principio de superposición se suman algebraicamente.

Por ejemplo, el incremento de tensiones en el punto P, debido al área cargada ACHF de la Figura 3.31.a, se calcula a partir de:

$$\Delta\sigma_{vT} = \Delta\sigma_{PBAD} + \Delta\sigma_{PDFG} + \Delta\sigma_{PGHE} + \Delta\sigma_{PECB}$$

De igual manera, por debajo del punto Y (ver Fig.3.31.b), el incremento de tensiones debido a la aplicación de una carga sobre el área ABFG (sombreada) se calcula a partir de:

$$\Delta\sigma_{vT} = \Delta\sigma_{YDAC} - \Delta\sigma_{YEBC} + \Delta\sigma_{YHFD} - \Delta\sigma_{YHGE}$$

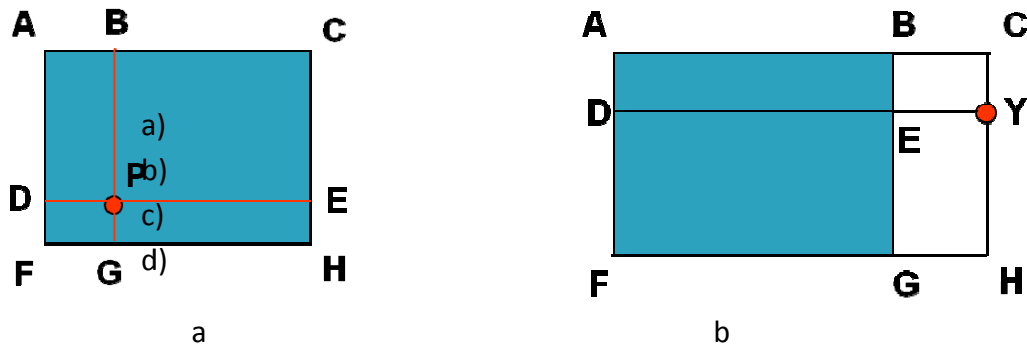


Figura 3.31. Cálculo de los incrementos de presión aplicando el principio de superposición.

3.2.8 Carga Distribuida sobre Superficie Irregular. Método Gráfico de Newmark

La aplicación de las expresiones de Boussinesq se hace complicada cuando la forma del área cargada es diferente de los polígonos regulares simples (cuadrado, rectángulo, círculo) por cuanto se dificulta la integración de las ecuaciones diferenciales.

Entre los distintos métodos propuestos para facilitar el cálculo del incremento de presión inducida en un punto a cierta profundidad por debajo de la superficie cargada, merece especial mención por su exactitud y simplicidad el gráfico o Carta de Newmark.

En 1942, Newmark desarrolló el siguiente método gráfico para obtener el incremento de tensión ($\Delta\sigma$) transmitidas a un medio semiinfinito, isótropo y elástico, para cualquier condición de carga uniformemente distribuida sobre la superficie del medio. Esta carta es especialmente útil cuando se tiene varias áreas cargadas, aplicando cada una de ellas las mismas o diferentes presiones a la superficie del terreno.

El método se basa en la ecuación de Boussinesq correspondiente al incremento de tensión vertical bajo el centro de un área circular uniformemente cargada de radio R:

$$\Delta\sigma_v = q \left\{ 1 - \frac{1}{\left[\left(\frac{R}{z} \right)^2 + 1 \right]^{3/2}} \right\} = q \cdot I$$

Donde q es la presión uniforme bajo la superficie cargada, e I, la influencia que la presión superficial q ejerce a una profundidad z, cuando se cubre con ella un área circular de radio R. De la expresión anterior se puede despejar la relación R/z:

$$\frac{R}{z} = \sqrt{\left(1 - \frac{\Delta\sigma_v}{q} \right)^{\frac{2}{3}} - 1}$$

Se pueden calcular relaciones de R/z para obtener influencias 0,10; 0,20; 0,90. Así en la tabla siguiente se presentan algunas de estas relaciones:

$\Delta\sigma/q$	R/z
0,10	0,269
0,20	0,402
:	:
0,90	1,908

Esto quiere decir que si se tiene un círculo cargado de radio igual a 0,269 z, donde z es la profundidad de un punto A en el eje de la superficie cargada, el incremento de tensión será igual a:

$$\Delta\sigma_v = 0,10 \cdot q$$

Si el círculo se divide en un número de sectores iguales, cada uno de ellos contribuirá a la tensión $\Delta\sigma$ total en la misma proporción por razones de simetría. Si el número es 4, como el indicado en la Fig.3.32.a, cada segmento cooperará para el incremento de presión con

$$\Delta\sigma_v = \frac{0,10}{4} = 0,025.q$$

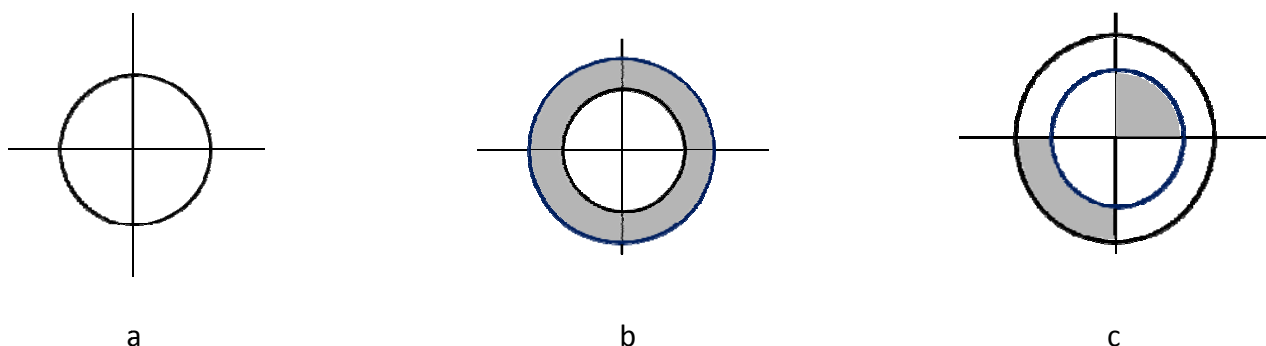


Figura 3.32: Círculos y sectores con igual influencia

Si se toma un valor de $I = 0,20$, como se ve en la tabla $R = 0,402 z$; es decir que si para el mismo punto a la profundidad z , se requiere un círculo cargado con una tensión q , de radio $R = 0,402 z$ para que la tensión producida sea igual a:

$$\Delta\sigma_v = 0,20.q$$

Si se dibuja un círculo concéntrico al anterior, éste producirá en A, un incremento de tensión $\Delta\sigma_v = 0,20 q$, se deduce que la corona o anillo sombreada, produce un incremento de tensión igual a $0,10 q$ (Ver Fig. 3.32.b). O sea, que dos sectores sombreados como los indicados en Fig.3.32.c, tiene una influencia igual a $0,025 q$. Si los radios se dividieran en más sectores, por ejemplo en 20 sectores circulares, y se prolongan hasta la segunda circunferencia, se tendrá la corona subdividida en áreas cuya influencia es la misma que el primer círculo:

$$\Delta\sigma_v = \frac{0,10}{20} = 0,005.q$$

De esta forma se puede seguir dando valores de influencia $0,3; 0,4; 0,5; \dots 0,90$, obteniéndose los radios de los círculos concéntricos en función de la profundidad z del punto A, debajo del centro de los mismos. Prolongando los radios anteriores se tendrá las respectivas coronas divididas en 20 segmentos de influencia $0,005 q$ cada uno (Ver Figura 3.33).

Así la Carta o Ábaco de Newmark consta de áreas de influencia generadas a partir de círculos concéntricos con líneas radiales. Está construido de tal manera que, cuando se carga cada área de influencia con una presión uniforme q se obtiene el mismo incremento de tensión vertical a una profundidad AB por debajo del centro del dibujo. Como en este gráfico el número total de áreas es de 200, cada una de ellas representa $0,005$ de Influencia (I).

Para su uso, primero hay que dibujar sobre una fotocopia del ábaco, o en un papel transparente una planta de la superficie cargada a una escala tal que la longitud AB sea igual a la profundidad de estudio a la cual se desea obtener el incremento de presión. Se superpone el papel transparente sobre el gráfico con el centro del mismo, y en el punto donde se quiera conocer el incremento de tensión.

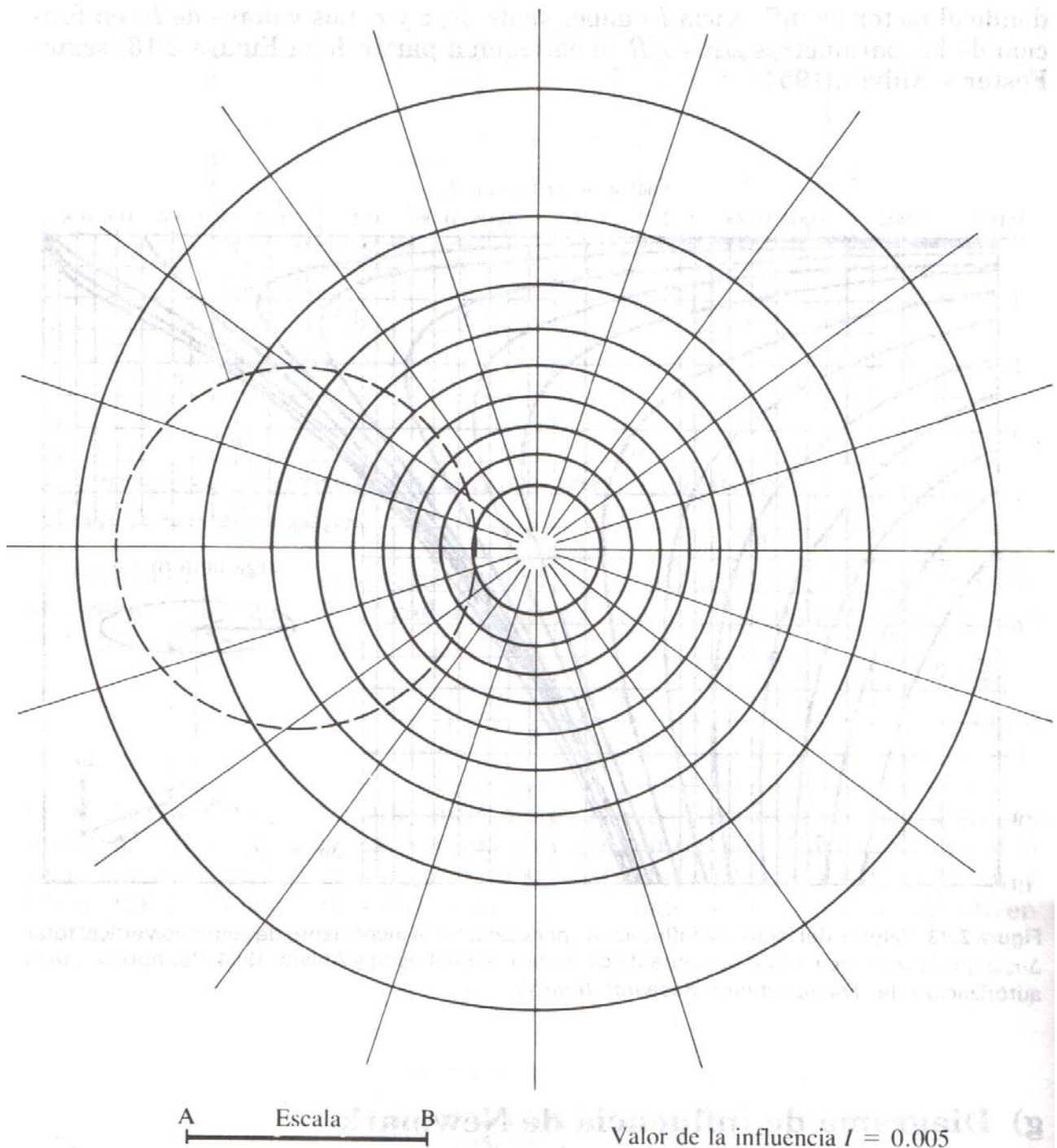


Figura 3.33. Abaco o Carta de Newmark

Se cuenta el número de áreas de influencia (n) correspondiente a la zona cargada. El incremento de tensión vertical se obtiene como el producto del Factor de Influencia (I), por el número de áreas de influencias (n), y por la presión en la superficie cargada (q):

$$\Delta\sigma_v = I \cdot n \cdot q$$

Para obtener el incremento de la tensión a otra profundidad se debe hacer otro dibujo a escala AB igual a la nueva profundidad.

Ejercicio 9

Se desea construir un tanque de almacenamiento de combustible en un sitio como el que se muestra en la figura, con una cimentación flexible de 18,0 metros de diámetro que transmitirá una tensión de 50,0 t/m². La cimentación está apoyada a una profundidad de -2,00 metros. Se pide calcular el incremento de tensión vertical que producirá este tanque sobre la bóveda de un túnel que se encuentra ubicado a una profundidad de -14,0 metros, y ubicado a una distancia 12,30 metros del centro del tanque; y la presión total considerando el peso del suelo por encima del túnel.

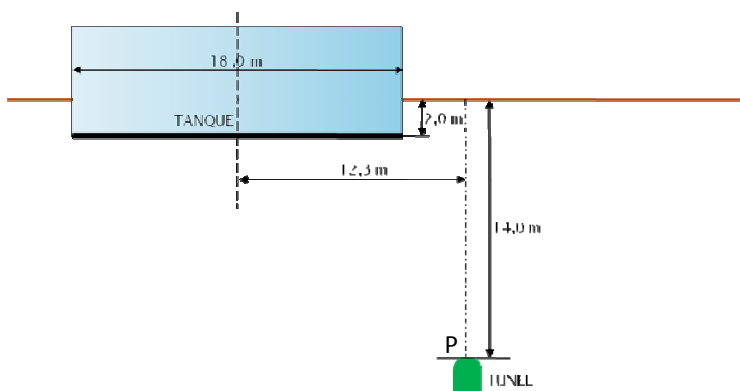


Figura 3.34: Datos del ejercicio 9

Datos:

- Peso unitario húmedo = 1,59 t/m³
- Profundidad de fundación (Df) = 2,00 m
- Presión actuante (q) = 50,0 t/m²
- I = 0,005
- AB = 3,60 cm

Presiones geostáticas sobre el punto P

$$\sigma_0 = \gamma \cdot z_p = 1,59 \text{ t/m}^3 \cdot 14,0 \text{ m} = 22,3 \text{ t/m}^2$$

Cálculo del incremento de presión

$$z = z_p - Df = 14,0 \text{ m} - 2,0 \text{ m} = 12,0 \text{ m}$$

(Ver Fig. 3.33) → AB = 3,60 cm

La escala para dibujar el tanque y su posición es = 3,60 cm : 12,0 m

El número de sectores (n) es igual a 35,4

$$\Delta\sigma = n \cdot I \cdot q = 35,4 \cdot 0,005 \cdot 50,0 \text{ t/m}^2 = 0,18 \cdot 50,0 \text{ t/m}^2 = 8,9 \text{ t/m}^2$$

Si en la Figura 3.27 se entra con los valores $x/R = 12,3\text{m}/9,0\text{m} = 1,37$; y $z/R = 12,0\text{m}/9,0\text{m} = 1,33$

También se obtiene un Iz igual a 0,18.

Cálculo de la presión total en P

$$\sigma_{Total} = \sigma_0 + \Delta\sigma = 22,3 + 8,9 = 31,2 \text{ t/m}^2$$

Es sumamente interesante el caso en que se trate de superficie múltiples, como ser el conjunto de bases de un edificio. En ese caso se dibuja sobre papel transparente todo el conjunto a la escala que resulta hacer AB = z, y luego se busca ubicar el dibujo sobre el Ábaco de Newmark, y se lo mueve de modo que queden cubiertas por las bases el mayor número posible de áreas de influencia. Así, se pueden encontrar el punto a la profundidad z que recibe el máximo incremento de tensión por la acción combinada de las fundaciones.

En caso que algunas de ellas quedaran fuera del círculo correspondiente a I = 0,90, puede despreciarse su influencia, y no considerarse en el cálculo.

En la determinación del incremento de tensión vertical no intervienen las propiedades de los suelos porque, como se ha visto, en las ecuaciones de Boussinesq, son independientes del ángulo de fricción y de la cohesión. Esto significaría que la distribución de tensiones verticales en terrenos arenosos o arcillosos es semejante. Estrictamente esto no se cumple, pero en la práctica se puede trabajar como si se cumpliera, porque ello no introducirá en los cálculos errores apreciables.

3.2.9 Distribución de tensiones verticales. Bulbo de presiones

Si por cualquier de los procedimientos descritos se calcula el incremento de presión a que está sometido el suelo a cierta profundidad, y se hace variar ésta, se observó que a medida que nos desplazamos en profundidad, primero, los incrementos de presiones disminuyen en forma rápida y luego lentamente, como se puede apreciar en las Figuras 3.20.a y 3.23. En general puede decirse que a pequeñas profundidades las curvas de incremento de tensiones difieren bastante, pero a medida que se profundiza, prácticamente se aproximan, para coincidir a una profundidad de z igual a tres veces el ancho de la base cargada.

De esto se saca una conclusión importante: a una profundidad mayor de tres veces el ancho de la base cargada, una presión uniformemente repartida puede ser sustituida por una carga concentrada, dando valores prácticamente iguales para el incremento de presión vertical; esto simplifica el cálculo a una profundidad z mayor de $3B$.

Otra ventaja que representa esta circunstancia es que para cualquier profundidad se puede reemplazar una carga uniforme, por cargas concentradas espaciadas no menos de $z/3$.

Por otra parte, si se considera que esta base de ancho B transmite al suelo una presión $q_t = Q/B^2$, ésta se reparte en el terreno de forma de abanico, y si se toma un plano horizontal a una profundidad cualquiera, la distribución del incremento de presiones verticales en él tiene la forma de campana ensanchada como lo indica la Figura 3.24 del ejercicio 7, con el incremento de presión máximo en el eje de la base.

Si se unen los puntos en los cuales el incremento de presión tiene un valor determinado, la curva isobárica así obtenida tiene la forma de un bulbo al cual se le ha dado el nombre de **bulbo de presiones** (Ver Figura. 3,28).

Estos bulbos de presiones encierran en su seno todos aquellos puntos del terreno que sufren mayor o igual tensión que corresponde al mismo, y es muy indicado como elemento de juicio para saber cómo se solicita al suelo.

Por ejemplo, para el caso de una base circular única, se advierte que más allá de cuatro veces el radio o dos veces el diámetro, los incrementos de presiones en el terreno adquieren valores inferiores a $0,1q$, de modo que el bulbo señala que en general puede decirse que no es necesario preocuparse por el terreno que está por debajo de dos veces el ancho de la base.

Si las bases están cercanas, pueden influenciarse entre sí, y la profundidad a considerar será mayor como puede apreciarse en la Figura 3.35.

Se ve que un punto tal como el A, ubicado sobre la traza del bulbo de presiones de la zapata 1, correspondiente a la presión de 50,0 kPa, como punto ubicado en el interior del bulbo de presiones de la zapata 2, le corresponde una tensión superior a ésta, por ejemplo 70,0 kPa, como incidencia de la segunda base, y un total de una presión igual a $50,0 \text{ kPa} + 70,0 \text{ kPa} = 120,0 \text{ kPa}$.

El punto B, ubicado en la intersección de las curvas representativas de los bulbos de presiones 50 kPa de las zapatas 1 y 2, estará sometido a un incremento de presión $50,0 \text{ kPa} + 50,0 \text{ kPa} = 100 \text{ kPa}$.

El punto C, ubicado fuera de las curvas de los bulbos de presiones citadas, con toda seguridad estará sometido a un incremento de presión superior a 50,0 kPa. Un punto tal como el D que

corresponde a los bulbos de presiones de 25,0 kPa de cada una de las bases, aisladamente consideradas estará sometido a una presión de 50,0 kPa. Se observa que se encuentra a bastante mayor profundidad que los puntos de igual incremento de presión correspondientes a las bases aisladas.

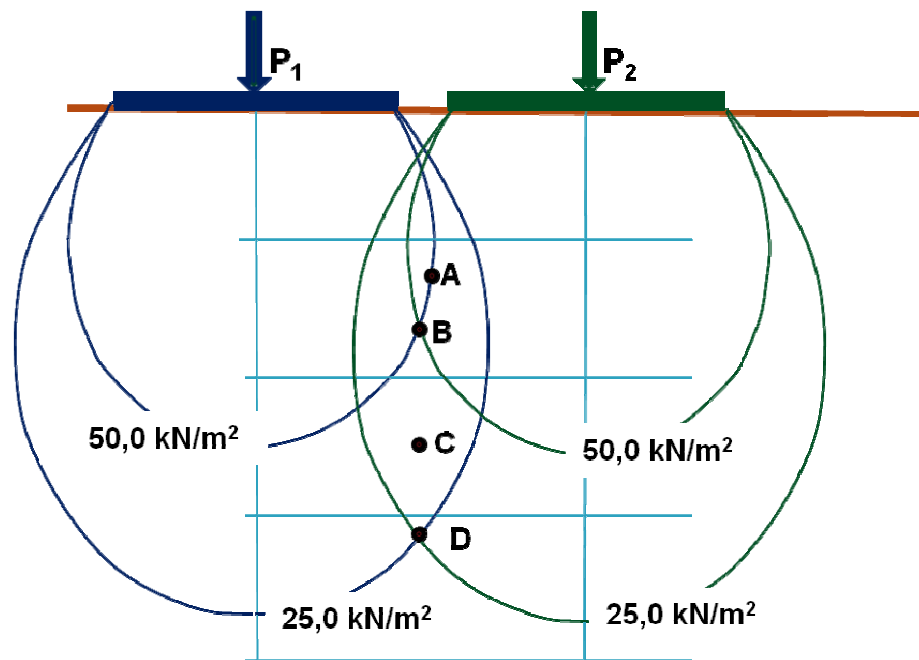


Figura 3.35. Interferencias entre bulbos de presiones de dos zapatas.

Si en lugar de dos bases fueran más, y más aún si se tratara de varias filas de ellas, la influencia recíproca se acentúa y los bulbos de presiones correspondientes a una presión dada alcanza profundidades mayores.

También el concepto de bulbo de presiones tiene aplicación inmediata para hallar la importancia relativa de los ensayos de carga de los suelos.

En la Fig.3.36 se puede observar que si tenemos un ensayo de carga con una placa con un diámetro pequeño, por ejemplo 50 cm, la profundidad que alcanza el bulbo de 0,10 será de aproximadamente 1,00 metros. En cambio una zapata real, con una dimensión de sus lados igual a 2,65 metros afecta el suelo a una profundidad de más de 5,00 metros, con el mismo incremento de carga 0,1q. Esto demuestra que en el caso de existir un estrato deformable a una cierta profundidad, este no es acusado por el ensayo de carga, pues lo afecta. En cambio, cuando se lo carga con una estructura importante, los bulbos de presiones de las base si van a comprometer al manto compresible, y por ende se producirán asentamientos importantes. O sea, el ensayo de plato de carga no es representativo del perfil de suelo existente.

En realidad no hace falta dibujar los bulbos de presiones. Es un concepto muy importante a los efectos de considerar y entender cómo se superponen las acciones de varias fundaciones próximas, y cómo el conjunto de bases afecta profundidades mayores que las bases aisladas cargadas con igual presión en la superficie de apoyo.

Si del conocimiento del perfil del terreno se dispone de los datos de capacidad de carga mínima de un estrato compresible ubicado a cierta profundidad, se debe determinar los incrementos de tensiones máximas inducidas a esa cota por el conjunto de bases (usando el Ábaco de Newmark), y luego, comparando este valor con la tensión admisible de carga, determinar si es compatible con la presiones originadas por la estructura.

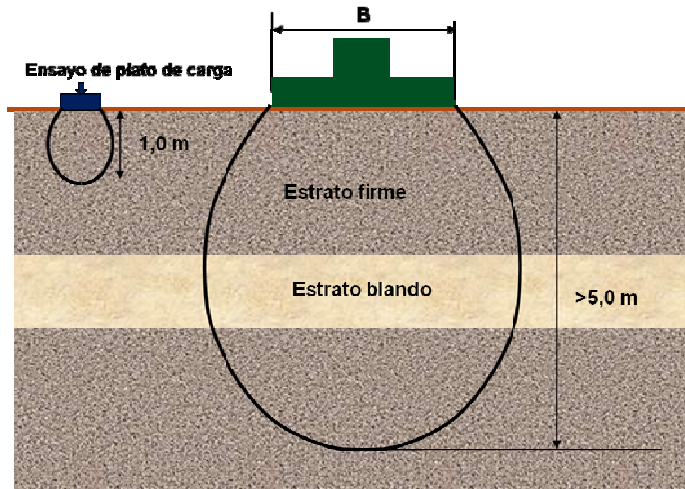


Figura 3.36: Comparación entre dos bulbos de presiones a iguales incrementos de presiones $0,1 q$.

3.2.10 Solución por superposición

Si la carga resulta uniformemente repartida la solución de Boussinesq, no es aplicable pero puede recurrirse a un artificio: descomponer la superficie de aplicación de la carga en superficies elementales dA en las cuales puede suponerse concentrada una carga de valor $q \cdot dA$, siendo q la presión por unidad de superficie (Ver Fig.3.33).

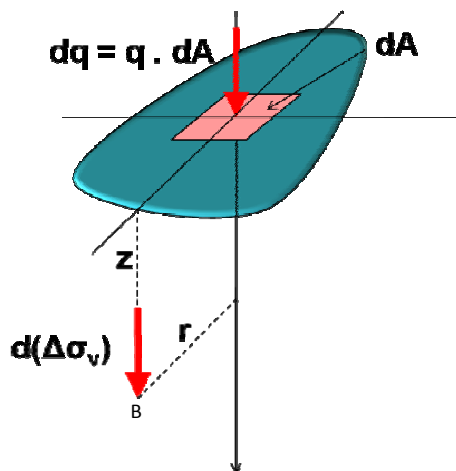


Figura 3.37. Descomposición de la presión uniforme en una carga elemental.

En ese caso corresponde aplicar la misma fórmula de Boussinesq, reemplazando Q por $q \cdot dA$, obteniéndose un incremento de presión elemental:

$$d(\Delta\sigma_v) = \frac{3 \cdot dA \cdot q}{2 \cdot \pi \cdot z^2} \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2} \right)^{5/2}$$

Si se quiere obtener el incremento de presión total en un punto como el B, se debe integrar esta expresión.

Generalmente los casos de integración de esta ecuación se complican. Es por ello que se buscan métodos simplificados como el que se aprecia en la Fig. 3.38, que la que se reemplaza la integral

por una sumatoria, dividiendo la superficie total de aplicación de la presión distribuida en pequeños cuadraditos, en los cuales se supone aplicadas las resultantes de las respectivas cargas, y luego aplicando el principio de superposición, se calcula el incremento de presión total, por cada una de las resultantes parciales y se suman los valores.

$$\Delta\sigma_{vTOTAL} = \sum \Delta\sigma_{vi}$$

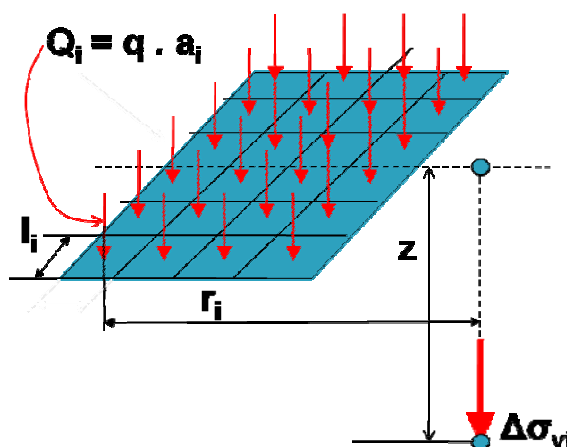


Figura 3.38. Subdivisión de un área cargada en pequeños cuadrados que reemplazan a la presión uniforme q.

Por otra parte, según el principio de Saint Venant por el cual se tiene que si en un medio elástico, isótropo y homogéneo se sustituye la presión distribuida por una concentrada equivalente, la perturbación se limita a las inmediaciones del punto de aplicación de la carga, pero tenía poca importancia en los puntos alejados de ese centro de tensiones.

En general es suficiente que el lado l_i de cada área a_i sea por lo menos igual a $2z$ o $3z$ pues a esa profundidad z la carga concentrada Q_i transmite el mismo incremento de carga de un área cargada con presión uniforme (q). O sea, la profundidad, se subdivide el área cargada en cuadrados de lado $l_i = z/2$ o $l_i = z/3$.

3.3 SISTEMAS NO HOMOGÉNEOS. DOBLE CAPA DE BURMISTER

Es muy común tener que determinar las tensiones debajo de una o más capas de diferentes propiedades. El caso más frecuente en ingeniería se presenta en el diseño de pavimentos. En general, los pavimentos flexibles típicos (pavimentos asfálticos) están compuestos por capas cuyos módulos de elasticidad decrecen con la profundidad (paquete estructural), para acomodar la distribución de tensiones a las condiciones de la subrasante compactadas y a las del terreno natural sobre él que se apoyan.

Burmister estudió el problema de la distribución de tensiones y deformaciones en un sistema no homogéneo, formado por dos capas, cada una de ellas homogénea, isótropa y elástica. La capa superior o superficial es semiinfinita pero con una espesor H finito. La segunda capa subyacente a la anterior, también es semiinfinita.

Se supone que entre las dos capas existe un contacto continuo, siendo la superficie de contacto plana y rugosa. E_1 y E_2 son los módulos de elasticidad de las dos capas. En el caso de interés vial, es decir la aplicación al diseño de pavimentos, supone que E_1 es mayor que E_2 .

La Figura 3.39 muestra las curvas de influencia de la presión superficial sobre un área circular y uniformemente distribuida, se ha supuesto que el espesor de la capa es similar al radio de la superficie cargada.

Las curvas expuestas se refieren a distintas relaciones E_1/E_2 , en materiales cuya relación de Poisson se supuso igual a 0,50 para ambas capas.

Se puede apreciar que para el caso $E_1/E_2 = 1$ que corresponde al problema de Boussinesq, el incremento de presión en la superficie de contacto es igual al 70 % de la presión aplicada en la superficie. En tanto, con la teoría de dos capas, para $E_1/E_2 = 100$ (capa superior mucho más rígida que la subyacente este valor se reduce al 10% de la presión superficial.

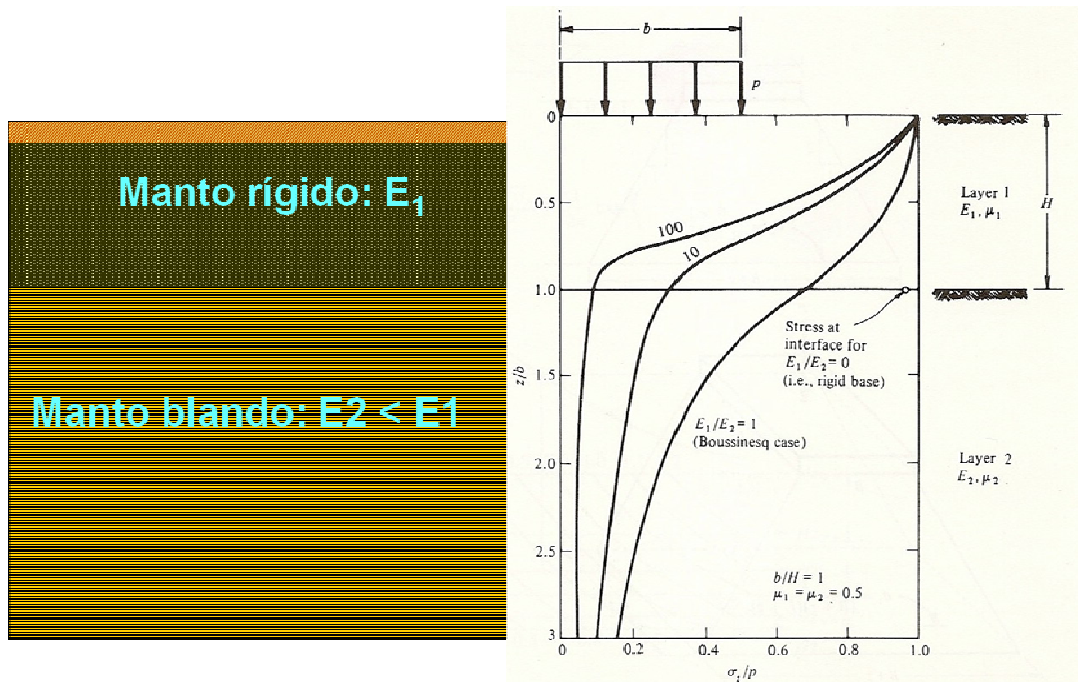


Figura 3.39. Sistema doble capa de Burmister.